

Modelação Numérica de Processos de Conformação Plástica de Chapas

Caracterização Mecânica e Aplicações a Casos Práticos

Tiago João Lourenço Pintado Vaz

Dissertação do MIEM

Orientador: Prof. Abel dos Santos



Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Julho de 2013

*“O objetivo não é ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ainda ninguém pensou
sobre aquilo que toda a gente vê”*

Arthur Schopenhauer

Resumo

A presente dissertação enquadra-se na temática da conformação plástica de materiais, utilizando a análise por elementos finitos como meio para caracterizar os parâmetros dos materiais. Durante a dissertação foi desenvolvida uma metodologia para determinar os parâmetros das leis constitutivas de um material, recorrendo ao ensaio de tração biaxial de um provete cruciforme e à análise por elementos finitos, sendo esta última realizada através do programa ABAQUS e tendo sido desenvolvidas ferramentas de análise e de pós processamento através do programa MATLAB.

Numa fase inicial otimizou-se a geometria do provete e a malha que viria a ser utilizada nas simulações numéricas. Foi realizada uma análise direta a partir de resultados obtidos por simulação numérica onde se determinaram relações fundamentais para estabelecer um método de análise inversa. A análise direta centrou-se nos parâmetros do critério de Hill'48 e na lei do encruamento de Swift. Com base nas relações determinadas a partir da análise direta, foi possível construir um algoritmo heurístico para a determinação dos parâmetros dos modelos constitutivos. Este algoritmo apenas pode ser utilizado para materiais que sejam caracterizados pelo critério de Hill'48 e pela lei do encruamento de Swift, o que está em geral perfeitamente adequado no caso dos materiais serem aços. Foram efetuados testes ao algoritmo recorrendo a dois materiais metálicos com propriedades diferenciadas, e foram obtidos resultados apenas com 2% de erro em relação às características desses materiais.

Numa fase final do trabalho foram realizados estudos acerca de duas situações práticas com interesse industrial utilizando a simulação numérica. Foi realizada a simulação numérica do ensaio de expansão de furo, um ensaio importante para a análise de comportamento de chapas metálicas em solicitações que provocam falhas em componentes industriais, tendo-se comparado os resultados obtidos numericamente com os valores experimentais. Utilizaram-se Curvas de Limite de Embutidura (CLE) juntamente com os resultados da simulação numérica como método complementar de análise de estrição e rotura.

Foi também realizada a simulação numérica da embutidura de uma copa utilizada na construção de uma antena parabólica. Foram considerados dois materiais e fez-se um estudo para análise do processo e dos resultados obtidos com utilização de diferentes variáveis, que permitissem o melhor compromisso entre o valor de forças do cerra chapas a usar e os retornos elásticos obtidos na copa e a ocorrência de rotura do material.

Palavras Chave: Simulação Numérica, Caracterização do material, Ensaio de tração biaxial.

Numerical Modelling of Metal Sheet Forming: Mechanical Characterization and Practical Cases

Abstract

Metal forming is a topic being covered under this thesis by using finite element analysis to obtain the parameters for material characterization. For this purpose a methodology has been developed by using a biaxial tensile test of a cruciform specimen combined with finite element analysis. ABAQUS code has been used and some tools have been developed in the MATLAB numerical computing environment for post-processing and analysis. Scripts were developed in both programs allowing us to perform tasks quite efficiently and automatically.

Initially the geometry of the specimen has been optimized as well as the corresponding mesh to be used in numerical simulations. Analysis was performed directly from results obtained by numerical simulation where fundamental relations were determined to establish a method of inverse analysis. Based on the relationships determined from direct analysis, it was possible to build a heuristic algorithm to determine the parameters of constitutive models. This algorithm is suggested to be used for materials characterized by Hill'48 yield criterion and the Swift hardening law, being perfectly adequate for steel materials. The algorithm tests were performed using two different materials, and the results obtained have a maximum error of 2% in materials characteristics.

Additionally, two practical applications using numerical simulation have been studied. A numerical simulation of a hole expansion test was made and the results obtained experimentally were compared with the results obtained numerically. We used Forming Limit Diagrams (FLD) together with the results of numerical simulation as a complementary analysis of necking and rupture.

Was also carried out a numerical simulation of the deep drawing of a cup used in the construction of a satellite dish. We considered two materials and made up a study to analyze the process and the results obtained using different variables, allowing the best balance between the blank holder force to use and the springback in the cup without failure.

Keywords: Numerical modeling, Material characterization, Biaxial tensile test

Agradecimentos

Ao Professor Doutor Abel Dias dos Santos agradeço o convite em realizar esta dissertação sob a sua orientação, o apoio prestado, muitas vezes além do horário normal de trabalho e a disponibilidade incondicional prestada durante a sua realização.

Ao INEGI - Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial desejo agradecer, na pessoa do Engenheiro Bruno Martins, o apoio inestimável no auxílio prestado várias vezes ao longo do semestre em que foi realizada esta dissertação.

Aos meus pais, sem os quais seria de todo impossível cumprir esta longa caminhada, pelo apoio incondicional prestado.

A todos os meus amigos, aos novos e aos de sempre, um obrigado por estarem sempre por perto e me acompanharem durante o meu percurso académico.

Índice de Conteúdos

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Modelos Constitutivos do Material.....	5
2.1.1	Critérios de Plasticidade.....	5
2.1.1.1	Critério de Plasticidade de Hill (1948, 1979, 1990, 1993).....	5
2.1.1.2	Critério de Barlat 1991 (Yld91)	9
2.1.2	Leis do Encruamento Isotrópico	10
2.2	Formabilidade dos Materiais.....	13
2.2.1	Ensaio de Expansão de Furo	13
2.2.2	Curva Limite de Embutidura.....	15
2.3	O Ensaio Biaxial	23
2.3.1	Geometria dos provetes cruciformes.....	23
2.3.2	Mecanismo do Ensaio de Tração Biaxial.....	25
3	ENSAIO BIAxIAL COM PROVETE CRUCIFORME	31
3.1	Otimização da Malha e da Geometria do Provede	31
3.1.1	Estudo da Malha de Elementos Finitos	31
3.1.2	Estudo da Influência do Raio de Concordância nos Resultados	34
3.2	Análise Direta	41
3.2.1	Isotropia Planar	41
3.2.2	Lei do Encruamento	44
3.2.2.1	Coefficiente de Encruamento, n	44
3.2.2.2	Incremento da Curva de Encruamento, σ	47
3.2.3	Anisotropia Planar.....	49
3.2.3.1	Caso Geral.....	49
3.2.3.2	Estudo da variação do r_{45}	59
3.2.3.3	Relação entre as deformações nas abas do provede cruciforme e as deformações num ensaio de tração uniaxial.....	61
3.3	Análise Inversa.....	65
3.3.1	Algoritmo da análise inversa.....	65
3.3.2	Aplicação do algoritmo	69
3.3.2.1	Aço DQ	69
3.3.2.2	Aço AISI 430	74
3.4	Considerações Finais do Capítulo.....	81

4	APLICAÇÕES PRÁTICAS DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA.....	83
4.1	Ensaio Expansão de Furo	83
4.1.1	Caracterização dos Materiais	84
4.1.2	Simulação Numérica.....	85
4.1.3	Aço FB450.....	87
4.1.4	Aço HSLA550	88
4.1.5	Análise e Discussão de Resultados.....	89
4.2	Embutidura e Previsão do retorno elástico de uma copa de uma antena parabólica	91
4.2.1	Materiais	91
4.2.2	Geometria da Ferramenta e o Processo	93
4.2.3	Simulação Numérica.....	95
4.2.4	Retorno Elástico.....	96
4.2.5	Análise das Deformações	100
4.3	Considerações Finais do Capítulo	102
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	103
5.1	Conclusões.....	103
5.2	Trabalhos Futuros.....	104
6	REFERÊNCIAS.....	107

Índice de Figuras

Fig. 2-1 Comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e as curvas dos critérios de von Mises, Hill'48 e Hill'83 para a) aço e b) alumínio.(Alves 2003)	7
Fig. 2-2 Esquema de Ensaio de Expansão de Furo (Malheiro 2013, Hyun et al. 2002).....	14
Fig. 2-3 Provete usado no ensaio Nakajima (Malheiro 2013, Alm 2012).....	16
Fig. 2-4 Tipo de marcações utilizadas para medir deformações (Malheiro 2013, Col 2010). .	16
Fig. 2-5 Determinação do gradiente de deformação na zona de rotura (Malheiro 2013, Alm 2012).....	17
Fig. 2-6 Determinação da CLE usando diferentes trajetórias de deformação (FLC 2006).	17
Fig. 2-7 Deformações das células para diferentes trajetórias de deformação (Malheiro 2013, Col 2010).	18
Fig. 2-8 Provete do ensaio de Miyauchi antes e após a deformação (ASM 2006).....	18
Fig. 2-9 CLE's para diferentes aços (Malheiro 2013, Col 2010).	19
Fig. 2-10 Diferentes CLE com trajetórias complexas (Malheiro 2013, Col 2010).	20
Fig. 2-11 Comparação das evoluções das CLE com alteração do n, t e r do material (Martins 2005).....	22
Fig. 2-12 Provete cruciforme com rasgos (Kuwabara et al. 1998).....	23
Fig. 2-13 Provete cruciforme com reentrâncias nos 4 cantos da zona central (Banabic et al. 2003).....	24
Fig. 2-14 Provete cruciforme com diminuição da espessura na zona central (Ghiotti 2007)...	24
Fig. 2-15 Várias geometrias para provetes cruciformes (Green et al 2004, Naka et al 2003, Gozzi et al, 2005).....	25
Fig. 2-16 Exemplo de mecanismo proposto por Mankinde et al (1992).	25
Fig. 2-17 Mecanismo usado por Kuwabara et al (1997).	26
Fig. 2-18 Mecanismo usado por Fraunhofer (2005).....	27
Fig. 2-19 Máquina de tração biaxial (Smits et al. 2006).	27

Fig. 2-20 Mecanismo construído por Abu-Farha (Abu-Farha et al. 2009).	28
Fig. 2-21 Mecanismo projetado e proposto pela Universidade de Coimbra.....	28
Fig. 2-22 Pormenor do mecanismo usado na Universidade de Coimbra.....	29
Fig. 3-1 Dimensões e Geometria de $\frac{1}{4}$ do Provete.....	31
Fig. 3-2 a) Malha 0,5 b) Malha 1 c) Malha 2.....	32
Fig. 3-3 Comparação de Resultados para as diferentes discretizações de Malha.	33
Fig. 3-4 Pormenor da rotura na zona do raio de concordância.	34
Fig. 3-5 Zona da aba da leitura das deformações ε_{11} e ε_{22} utilizadas na análise.	36
Fig. 3-6 Comparação de ε_{11} e de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ usando diferentes Raios.	36
Fig. 3-7 Evolução de ε_1 na zona do raio de concordância para os Raios de 2mm, 5mm e 10mm respetivamente.	37
Fig. 3-8 Diagonal da zona central.	38
Fig. 3-9 FLD com diferentes Raios de Concordância usados na geometria dos provetes.	38
Fig. 3-10 FLD para Raio 10mm, Raio 5mm, e Raio 5mm com $\Delta l=9\text{mm}$	39
Fig. 3-11 Comparação de ε_{11} e de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ usando diferentes Raios (Raio 10, Raio 5 e Raio 5mm com $\Delta l=9\text{mm}$).	40
Fig. 3-12 Resultados das deformações em isotropia planar para diferentes valores de r.	42
Fig. 3-13 Variação de ε_{11} no centro do provete em função de $1/r$	44
Fig. 3-14 Variação de ε_{11} máximo do provete em função de $1/r$	44
Fig. 3-15 Distância do centro do provete à qual ocorre o ε_{11} máximo em função de $1/r$	44
Fig. 3-16 Comparação das curvas σ vs ε para diferentes valores de n.....	45
Fig. 3-17 Gráfico deformação vs distância ao centro do provete para diferentes valores de r	46
Fig. 3-18 Relações de linearidade, considerando o novo material, entre a) deformação no centro do provete vs $1/r$, b) deformação máxima na aba do provete vs $1/r$, c) Distância ao centro do provete da deformação máxima vs $1/r$	46
Fig. 3-19 Comparação das curvas σ vs ε para diferentes incrementos de σ	47
Fig. 3-20 Resultados das deformações em isotropia completa para diferentes parâmetros de encruamento.	48

Fig. 3-21 Distribuições de $r(\alpha)$ no plano da chapa utilizadas nas simulações mantendo $r_{\text{médio}}=3$	50
Fig. 3-22 Gráficos de deformação vs distância e Força vs Δl , à esquerda para o eixo Ox e à direita para o eixo Oy.	51
Fig. 3-23 Gráficos de ε_{11} vs ε_{22} e $\varepsilon_{22}\varepsilon_{11}$ vs distância, no eixo Ox e de ε_{22} vs ε_{11} e $\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}$ vs distância, no eixo Oy.....	51
Fig. 3-24 Gráficos de deformação vs distância e Força vs Δl , à esquerda para o eixo Ox e à direita para o eixo Oy.	53
Fig. 3-25 Gráficos de ε_{11} vs ε_{22} e $\varepsilon_{22}\varepsilon_{11}$ vs distância, no eixo Ox e de ε_{22} vs ε_{11} e $\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}$ vs distância, no eixo Oy.....	54
Fig. 3-26 Diferentes tipos de distribuição de $r(\alpha)$ no plano da chapa com $r_{\text{médio}}=2$	57
Fig. 3-27 Comparação entre a deformação segundo Ox à esquerda e Oy à direita para os diferentes casos de distribuição de $r(\alpha)$ no plano da chapa.	57
Fig. 3-28 Distribuição de $r(\alpha)$ no plano da chapa para as simulações efectuadas.	59
Fig. 3-29 Gráficos de deformação vs distância, à esquerda para o eixo Ox, à direita para o eixo Oy.	60
Fig. 3-30 Gráficos Força vs Δl , à esquerda para o eixo Ox, à direita para o eixo Oy.	60
Fig. 3-31 Diferenças relativas entre r e r^* para diferentes valores de r^* no caso de isotropia planar.	62
Fig. 3-32 Diferenças relativas entre r e r^* para diferentes valores de r^* no caso de isotropia planar usando os materiais da Tabela 3-14.....	64
Fig. 3-33 Deformações relativas ao ensaio experimental para os dois eixos de simetria do provete do material DQ.	70
Fig. 3-34 Gráfico de deformação ao longo da aba do provete para o caso experimental e para os 4 casos de isotropia planar do material DQ.	70
Fig. 3-35 Regressão linear d vs $1/r$ para os 4 casos de isotropia planar para o material DQ. ..	71
Fig. 3-36 Comparação entre Caso Experimental e 1ª Estimativa.....	72
Fig. 3-37 Gráfico $\varepsilon_{22}\varepsilon_{11}$ vs distância e $(r - r^*)r^*$ vs r^*	72
Fig. 3-38 Comparação entre Caso Experimental e 2ª Estimativa.....	73
Fig. 3-39 Comparação entre Caso Experimental e 3ª Estimativa.....	74

Fig. 3-40 Deformações relativas ao ensaio experimental para os dois eixos de simetria do provete do material AISI430.....	75
Fig. 3-41 Gráfico de deformação ao longo da aba do provete para o caso experimental e para os 4 casos de isotropia planar do material AISI430.....	76
Fig. 3-42 Regressão linear d vs $1/r$ para os 4 casos de isotropia planar para o material AISI430.....	76
Fig. 3-43 Comparação entre Caso Experimental e 1ªEstimativa.....	77
Fig. 3-44 Gráfico $\varepsilon_{22}\varepsilon_{11}$ vs distância e $(r - r^*)r^*$ vs r^*	78
Fig. 3-45 Comparação entre Caso Experimental e 2ªEstimativa.....	78
Fig. 3-46 Comparação entre Caso Experimental e 3ªEstimativa.....	79
Fig. 3-47 Comparação entre Caso Experimental e 4ªEstimativa.....	80
Fig. 4-1 Nomenclatura para diferentes aços conforme a sua Formabilidade e resistência. (Malheiro 2012).	83
Fig. 4-2 Curvas de Tensão real vs Deformação real dos materiais em estudo.	84
Fig. 4-3 Modelo numérico do ensaio de expansão de furo.	85
Fig. 4-4 Evolução da aba do furo ao longo do ensaio.....	86
Fig. 4-5 Comparação dos dados obtidos nos ensaios com o material FB450 4mm e a curva Força/deslocamento obtida por simulação numérica.	87
Fig. 4-6 Curva Limite de Embutidura para o FB450 com 4mm de espessura.....	87
Fig. 4-7 Comparação dos dados obtidos nos ensaios com o material HSLA 3mm e a curva Força/deslocamento obtida por simulação numérica.	88
Fig. 4-8 Curva Limite de Embutidura para o HSLA com 3mm de espessura.	88
Fig. 4-9 Pormenor do contato entre o punção e a chapa.	89
Fig. 4-10 Exemplo de CLE com limites devido à qualidade do corte dos furos (McEwan, 2009).	90
Fig. 4-11 Copas usadas nas parabólicas construídas pela Famaval.	91
Fig. 4-12 Curvas de Tensão Extensão convencional e real para o material DX51.....	92
Fig. 4-13 Comparação das curvas Tensão – Extensão real dos dois materiais em estudo.....	92
Fig. 4-14 Perfil da aba da copa.	93

Fig. 4-15 Componentes da ferramenta utilizada para o fabrico das copas.	94
Fig. 4-16 Várias etapas do processo de embutidura.	94
Fig. 4-17 Modelo numérico da ferramenta e da chapa.	95
Fig. 4-18 Pormenor do refinamento da malha na zona do perfil da matriz.	95
Fig. 4-19 Evolução do processo de embutidura (à esquerda com 10kN no cerra chapas e à direita com 60kN no cerra chapas).	96
Fig. 4-20 Exemplo de previsão do retorno elástico utilizando a simulação numérica	97
Fig. 4-21 Diferentes perfis para a copa após o retorno elástico para o aço DX51.	97
Fig. 4-22 Pormenor da aba para diferentes perfis para a copa após o retorno elástico para o aço DX51.	98
Fig. 4-23 Cálculo de retorno elástico usando a metodologia aplicada na Famaval.	98
Fig. 4-24 Diferentes perfis para a copa após o retorno elástico para o aço DX53.	99
Fig. 4-25 Pormenor da aba para diferentes perfis para a copa após o retorno elástico para o aço DX53.	99
Fig. 4-26 Localização do ponto crítico do perfil da aba.	100
Fig. 4-27 CLE para o DX51 e evolução das deformações no ponto crítico para diferentes valores de força do cerra chapas.	101
Fig. 4-28 CLE para o DX53 e evolução das deformações no ponto crítico para diferentes valores de força do cerra chapas.	101

Índice de Tabelas

Tabela 3-1 Parâmetros da Lei de Encruamento do material utilizado no estudo da Malha.	32
Tabela 3-2 Comparação do Tempo de Cálculo, ε (centro) e ε (máximo - abas) para um $\Delta l = 12\text{mm}$	33
Tabela 3-3 Valores de ε , Mises, ε_1 no centro, ε_1 máximo nas abas e $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ para diferentes Raios de Concordância.	35
Tabela 3-4 Simulações realizadas com isotropia no plano da chapa.	42
Tabela 3-5 Comparação entre a razão das deformações e a razão das deformações em tração pura para diferentes valores de r	43
Tabela 3-6 Parâmetros usados nas simulações para o material com $n=0,5$	45
Tabela 3-7 Parâmetros utilizados nas simulações	47
Tabela 3-8 Descrição das simulações realizadas e parâmetros do Critério de Hill'48.	49
Tabela 3-9 Rácio σ_{90}/σ_0 para os diferentes casos de distribuição de $r(\alpha)$ no plano da chapa.	55
Tabela 3-10 Simulações realizadas para $r_{\text{médio}}=2$ e parâmetros do critério de Hill'48.	56
Tabela 3-11 Distância ao centro onde ocorre o máximo valor de deformação para os dois eixos de simetria.	58
Tabela 3-12 Parâmetros usados no critério de Hill'48 para o estudo da variação do r_{45}	59
Tabela 3-13 Diferenças relativas entre r , r^* e r'	63
Tabela 3-14 Parâmetros da lei do encruamento dos materiais em estudo.	63
Tabela 3-15 Características dos materiais em estudo.	69
Tabela 3-16 Erro percentual entre os valores de $r_{\text{médio}}$, r_0 e r_{90} do caso experimental e da última simulação realizada	74
Tabela 3-17 Erro percentual entre os valores de $r_{\text{médio}}$, r_0 e r_{90} do caso experimental e da última simulação realizada.	80
Tabela 4-1 Características dos materiais analisados.	84
Tabela 4-2 Propriedades dos materiais DX51 e DX53.	93

Simbologia

α	- Orientação do eixo considerado em relação à direção de laminagem
Δl	- Deslocamento imposto durante o ensaio do provete cruciforme
ε_0	- Parâmetro da lei de encruamento de Swift
ε	- Deformação plástica equivalente
$\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}$	- Deformações logarítmicas, no plano da chapa, segundo o eixo x , eixo y e eixo z
ν	- Coeficiente de Poisson
σ	- Tensão equivalente
σ_α	- Tensão limite elasticidade determinada para um ensaio de tração uniaxial realizado com um provete com uma orientação α em relação à direção de laminagem
σ_b	- Tensão limite de elasticidade biaxial
c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 e c_6	- Parâmetros de anisotropia do critério de plasticidade de Barlat'91 (Yld91)
\overline{Dist}	- Distância média onde ocorre a deformação máxima na aba para os dois eixos de simetria Ox e Oy
E	- Módulo de Young
F, G, H, A, B, C	- Parâmetros de anisotropia do critério de plasticidade de Hill'79
F, G, H, L, M, N	- Parâmetros de anisotropia do critério de plasticidade de Hill'48
CLE_0	- Ponto inferior das CLE no eixo $\varepsilon_2 = 0$
K	- Parâmetro da lei do encruamento de Swift
n	- Coeficiente de encruamento da lei de Swift
r	- Coeficiente de anisotropia
r_α	- Coeficiente de anisotropia determinado segundo uma direção que faz α° com a direção de laminagem
$r(\alpha)$	- Evolução do coeficiente de anisotropia no plano da chapa
$r_{médio}$	- Média da evolução do coeficiente de anisotropia no plano da chapa
$R_{11}, R_{22}, R_{33}, R_{12} \dots$	- Rácios anisotrópicos utilizados no programa ABAQUS na caracterização do material
S_1, S_2, S_3	- Tensões principais usadas no critério de Barlat'91 (Yld91)

t	- Espessura do material
t_0	- Espessura inicial do material usado no cálculo de CLE_0

Siglas

AHSS	- Advanced High Strenght Steel
ASM	- American Society of Materials
CLE	- Curva Limite de Embutidura
DP	- Aços Dual Phase
FB	- Aços ferrítico-bainíticos
HSLA	- High Strenght Steel Low Alloy
IPE	- Estado plástico isotrópico equivalente
INEGI	- Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial
MEF	- Método dos Elementos Finitos
NADDRG	- North American Deep Drawing Research Group

1 Introdução

Os processos de conformação de chapas metálicas estão entre os mais importantes processos de produção de componentes metálicos (Green et al. 2004). Os processos de conformação plástica são responsáveis pelo fabrico de uma grande quantidade de bens produzidos todos os anos nos países industrializados. Frequentemente, os metais usados nestes processos, têm uma formabilidade limitada. Portanto, a compreensão e o entendimento do processo de deformação e dos fatores que limitam essa mesma deformação tornam-se importantes, contribuindo assim para um desenvolvimento do produto mais rápido a um preço menor e mantendo a qualidade (Klaus and Gerlach 1998).

Uma das preocupações mais importantes quando se escolhem materiais para componentes de máquinas é assegurar que as propriedades do material são as corretas para suportarem as condições de trabalho do componente (DeGarmo et al. 1997). Os materiais têm propriedades mecânicas e físicas e a forma mais comum de distinguir dois materiais é através da determinação das suas propriedades físicas (Groover 2002). Estas incluem tais características como a densidade, ponto de fusão, propriedades óticas (cor, etc.), propriedades térmicas como o calor específico, coeficiente de expansão térmica e condutividade térmica, condutividade elétrica e propriedades magnéticas. Nalguns casos estas características são de importância fundamental mas as propriedades que descrevem como um material responde quando solicitado por cargas ou forças é que assumem a maior importância quando estamos a seleccionar um material e são elas as propriedades mecânicas. Estas propriedades incluem o módulo de elasticidade, a ductilidade, a dureza e várias medidas de resistência. As propriedades mecânicas são muito importantes no desenvolvimento do produto pois a sua funcionalidade e performance dependem da capacidade dos materiais resistirem a deformações devido às solicitações que ocorrem durante o funcionamento. Quando se escolhe um material, este tipo de informações estão disponíveis mas têm de ser compreendidas pelo engenheiro. O engenheiro tem de saber quais os valores que são significantes, as limitações desses dados e a forma como foram obtidos. Para compreender isso, o engenheiro tem de estar

familiarizado com os vários tipos de ensaios que são utilizados para obter esses mesmos dados. Uma das restrições que deve ser compreendida é que as propriedades mecânicas são normalmente obtidas através de provetes testados em laboratórios e como tal devemos ter atenção que raramente as condições dos testes raramente replicam as condições de serviço dos componentes que vamos construir.

Nas operações de conformação de chapas metálicas, a quantidade de deformação útil é limitada pela ocorrência de defeitos que são principalmente a estricção localizada ou o aparecimento de enrugamentos. A rotura por enrugamento ocorre quando as tensões dominantes são compressivas, que tendem a causar a diminuição de tamanho do material. A estricção localizada ocorre quando o estado de tensão conduz a uma diminuição da área superficial da chapa consequentemente causando a diminuição de espessura da mesma. As chapas metálicas usadas nos processos de conformação são normalmente acompanhadas por dados relativos ao comportamento do material quando é sujeito a cargas mecânicas. Estes dados importantes, que normalmente incluem a tensão de cedência, a tensão de rotura, a extensão e o módulo de Young são normalmente obtidos utilizando um ensaio uniaxial de tração.

Quando aplicamos uma força ou tensão a um componente, o material é deformado (DeGarmo et al. 1997). Existem três tipos de tensões a que os materiais podem estar sujeitos: tração, compressão e corte. As forças de tração tendem a esticar o material, as forças de compressão tendem a comprimir o material e as forças de corte tendem a causar que partes adjacentes do material deslizem umas contra as outras (Groover 2002). As curvas de tensão – extensão mostram a relação entre estes três tipos. O ensaio mais utilizado para calcular estes gráficos é o ensaio uniaxial de tração.

As propriedades mecânicas dos materiais sujeitos a esforços uniaxiais são usadas para estimar a resistência e a deformação de componentes quando construímos uma máquina ou estrutura. Assumir que as cargas só atuam numa direcção é uma simplificação que funciona bem até certo ponto. No entanto em condições de trabalho as cargas são simultaneamente aplicadas em diferentes direcções produzindo esforços sem nenhuma direcção em particular (Pun 2003). Por exemplo, em condições de trabalho os componentes de moldes de injeção estão carregados em mais de uma direcção ao mesmo tempo (Martin et al. 2005). Outras estruturas estão também sujeitas esforços em mais do que uma direcção como por exemplo componentes estruturais da aviação (Johnston et al. 2002).

Geralmente deformações e esforços multiaxiais em componentes a altas temperaturas não podem ser descritos por dados relativos a testes uniaxiais (Samir et al. 2006). Os testes de tração uniaxiais permitem ver o grau de formabilidade entre várias ligas. No entanto a tensão

de rotura real observada no caso uniaxial é de longe a correspondente à encontrada no caso biaxial e por consequente o teste de tração uniaxial não é preciso quanto à formabilidade de uma liga durante a operação de conformação (Li and Ghosh 2004).

Então é necessário considerar as propriedades mecânicas não só sujeitas a esforços uniaxiais mas também sujeitas a esforços multiaxiais (Ohtake et al. 1999). Os testes de tração biaxial podem ser usados para produzir esses esforços de modo a obtermos gráficos de tensão-extensão para diferentes trajetórias de solicitação.

Como maior parte das operações de conformação são realizadas em estados biaxiais de tensão, os dados de tensão-extensão obtidos pelo ensaio uniaxial de tração tornam-se inadequados para a aplicação de deformações induzidas por estados biaxiais de tensão (Jones 2001). Consequentemente a utilização de testes biaxiais tornou-se de grande importância para a caracterização de chapas metálicas que iriam ser deformadas em mais do que um plano ou eixo. Além do mais que muitos dos materiais utilizados possuem propriedades anisotrópicas planares pelo que a utilização de ensaios biaxiais com provetes em forma de cruz são importantes para determinar propriedades mecânicas que influenciam a formabilidade do material (Demmerle and Boehler 1993).

Os testes de tração biaxiais estão a tornar-se cada vez mais comuns para determinar as propriedades mecânicas de materiais usados em componentes estruturais de aviões, suportes de pontes, componentes de máquinas entre outras tantas aplicações (Jones 2001) uma vez que na sua utilização normal, estes componentes estão sujeitos a cargas em mais do que uma direcção (carga biaxial). Foi reconhecido que limitar a caracterização das propriedades mecânicas dos materiais a simples ensaios uniaxiais, conduz a um erro na descrição do comportamento dos materiais utilizados nessas estruturas (Jones and Green 2001). No entanto, com uso de cargas mais realistas durante os ensaios, como a introdução de cargas biaxiais, o comportamento esperado das estruturas solicitadas torna-se mais preciso e correcto (Ohtake et al. 1999).

De entre os vários testes usados, o teste de tração biaxial com vários tipos de provetes cruciformes tornou-se o método mais promissor para produzir estados biaxiais de tensão apenas mudando a proporção das cargas ou dos deslocamentos nos dois eixos (Xiang-Dong et al. 2005). A parte mais importante de um sistema de testes de tração biaxial é a geometria dos provetes cruciformes. Para ser possível a aquisição completa das curvas de tensão – extensão, a secção central do provete tem de ser sujeito a deformações elásticas e plásticas.

Existem várias formas de produzir esforços biaxiais no material utilizando diferentes tipos de provetes. Temos o ensaio “Bulge” (Altan 2003; Vlassak e Nix 1992), o ensaio de tração com solicitação combinada de torção (Keefe et al. 1998), o ensaio de flexão combinado

com solicitação de carga de tração no plano da chapa (Soni et al. 2003) e o ensaio de tração biaxial de chapas metálicas.

Apesar de se terem estudado de forma bastante exaustiva vários tipos de provetes cruciformes, ainda não existe uma geometria normalizada para estes ensaios (Lin et al. 1993; Lin and Ding 1995).

Ao longo dos últimos anos a simulação numérica tem vindo a mostrar-se como ferramenta capaz de estudar e analisar problemas de complexidade crescente em engenharia. A simulação ou modelação com base no Método dos Elementos Finitos da conformação plástica de chapas tem vindo a adquirir um papel de elevada importância no setor industrial. Este tipo de abordagem só é possível devido à progressiva acessibilidade aos métodos computacionais, com desempenho cada vez mais eficiente, na simulação dos processos de conformação plástica com recurso a modelos constitutivos, que são cada vez mais sofisticados e próximos da realidade. É com base neste contexto que se desenvolveu toda esta dissertação utilizando o programa de elementos finitos Abaqus\Explicit, programa que é bastante utilizado a nível mundial no processamento de simulações numéricas.

2 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo vão ser descritos e introduzidos os conceitos teóricos fundamentais relacionados com as aplicações que irão ser abordadas ao longo da presente dissertação.

2.1 Modelos Constitutivos do Material

Na análise dos processos de conformação plástica é fundamental ter-se a capacidade de modelar o comportamento plástico dos materiais. A superfície de plasticidade inicial, e a sua evolução, que é em geral traduzida por leis de encruamento, são características mecânicas relevantes, que servem para descrever a resposta e o comportamento mecânico dos materiais metálicos quando são sujeitos a diferentes trajetórias de solitação e deformação. De um ponto de vista macroscópico, os modelos fenomenológicos descrevem o comportamento plástico de um material, tendo por base que este é corretamente descrito por uma superfície de plasticidade que evolui com a deformação plástica; assume-se ainda que a superfície de plasticidade é matematicamente um potencial para o estado de deformação plástica.

Na simulação de processos de conformação, é usual admitir que a superfície de plasticidade de um dado material evolui, expandindo-se isotropicamente (encruamento isotrópico) em função do trabalho plástico.

2.1.1 Critérios de Plasticidade

2.1.1.1 Critério de Plasticidade de Hill (1948, 1979, 1990, 1993)

Em 1948, foi proposto por Hill (Hill 1948) um critério de plasticidade anisotrópica que foi obtido a partir de uma adaptação do critério de Huber-Mises-Hencky para materiais anisotrópicos válido no referencial de ortotropia Oxyz.

A seguinte função quadrática expressa o critério de plasticidade proposto por Hill:

$$2f(\sigma_{ij}) \equiv F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = 1 \quad (2.1)$$

Onde f é função de plasticidade; F, G, H, L, M , e N são constantes específicas do estado de anisotropia do material, e x, y, z são os eixos principais de anisotropia.

Na aplicação da fórmula a chapas metálicas, o eixo 1 é normalmente paralelo à direcção de laminagem, 2 é paralelo à direcção transversa e 3 é colinear à direcção normal.

Se as tensões de cedência nas direcções principais de anisotropia forem referidas por X , Y e Z , as seguintes relações podem ser estabelecidas

$$\frac{1}{X^2} = G + H \quad \frac{1}{Y^2} = H + F \quad \frac{1}{Z^2} = F + G \quad (2.2)$$

A partir destas equações e usando apenas alguns cálculos simples, os coeficientes F, G e H podem ser obtidos em função das tensões de cedência uniaxiais.

$$2F = \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \quad 2G = \frac{1}{Z^2} + \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} \quad 2H = \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \quad (2.3)$$

Se R, S e T são as tensões de corte associadas às mesmas direcções, então:

$$2L = \frac{1}{R^2} \quad 2M = \frac{1}{S^2} \quad 2N = \frac{1}{T^2} \quad (2.4)$$

Só um dos parâmetros F, G, H é que pode ser negativo. Esta situação raramente ocorre na prática (causaria uma grande diferença entre as tensões) ou seja $F > G$ só se $X > Y$, etc e assim L, M e N são sempre positivos.

Como consequência e de modo a obtermos uma completa descrição da anisotropia do material, seis tensões independentes (X, Y, Z, R, S e T) têm de ser conhecidas bem como a orientação dos eixos principais de anisotropia.

O critério da plasticidade pode ser interpretado como uma superfície num espaço de seis dimensões em termos de componentes de tensão. Os pontos localizados no interior da superfície representam o material no estado elástico, enquanto que os pontos correspondentes à superfície correspondem ao estado plástico.

Para o estado plano de tensão ($\sigma_{33} = \sigma_{31} = \sigma_{23} = 0; \sigma_{11} \neq 0; \sigma_{22} \neq 0; \sigma_{12} \neq 0$) o critério de plasticidade resulta em:

$$2f(\sigma_{ij}) \equiv (G + H)\sigma_{11}^2 - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} + (H + F)\sigma_{22}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = 1 \quad (2.5)$$

Na simulação de processos de conformação de chapas metálicas, os coeficientes de anisotropia são escritos como r_0, r_{45} e r_{90} , e as direcções das tensões principais nos eixos de anisotropia são denotadas por $X = \sigma_0, Y = \sigma_{90}$. A relação entre os coeficientes de anisotropia e os coeficientes F, G, H, \dots é a seguinte:

$$r_0 = \frac{H}{G} \quad r_{90} = \frac{H}{F} \quad r_{45} = \frac{N}{F + G} - \frac{1}{2} \quad (2.6)$$

Sendo r_0 , r_{45} e r_{90} os respectivos coeficiente de anisotropia de Lankford. Estes coeficientes são calculados pela expressão:

$$r_\alpha = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{33}} = -\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}, \quad (2.7)$$

em que ε_{11} , ε_{22} e ε_{33} , no provete sujeito a tração uniaxial, são as deformações segundo as direcções longitudinal, transversal e normal, segundo uma direcção que faz um ângulo α relativamente à direcção de laminagem.

O critério de cedência quadrático de Hill (1948) é utilizado preferencialmente nos aços. Este critério traduz melhor o comportamento dos materiais metálicos quando o valor médio dos coeficientes de anisotropia $r_{\text{médio}}$ é superior a 1, sendo

$$r_{\text{médio}} = \frac{1}{4}(r_0 + 2r_{45} + r_{90}), \quad (2.8)$$

No entanto, não se deve utilizar este critério no caso das ligas de alumínio, onde geralmente $r_{\text{médio}} < 1$, pois apresenta maus resultados (ver Fig. 2-1),.

Pela análise da Fig. 2-1 podemos ver que o critério anisotrópico de von Mises não é adequado ao comportamento anisotrópico e que o critério de Hill'48 não se adequa à anisotropia do alumínio como já tinha sido referido.

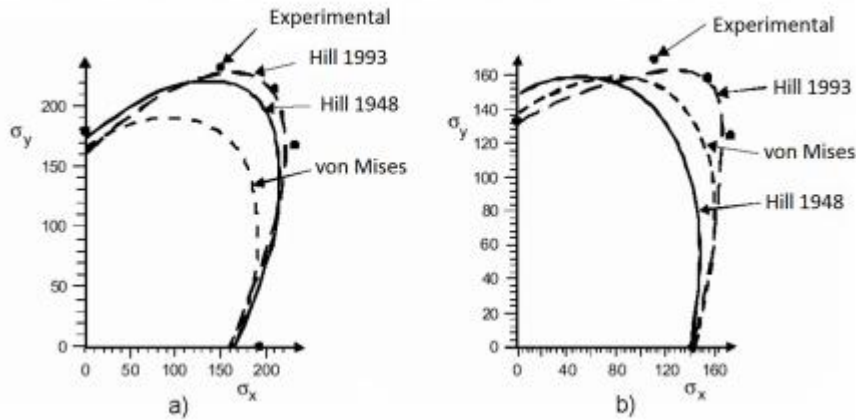


Fig. 2-1 Comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e as curvas dos critérios de von Mises, Hill'48 e Hill'83 para a) aço e b) alumínio.(Alves 2003)

Em 1979, Hill propôs um novo critério de cedência, Hill 1979 (Hill 1979), não quadrático e de expoente (a) não inteiro, que é dado pela expressão:

$$F|\sigma_{yy} - \sigma_{zz}|^a + G|\sigma_{zz} - \sigma_{xx}|^a + H|\sigma_{xx} - \sigma_{yy}|^a + A|2\sigma_{xx} - \sigma_{yy} - \sigma_{zz}|^a + B|2\sigma_{yy} - \sigma_{xx} - \sigma_{zz}|^a + C|2\sigma_{zz} - \sigma_{xx} - \sigma_{yy}|^a = Y^a \quad (2.9)$$

onde F, G, H, A, B e C são os parâmetros de anisotropia deste critério de cedência.

Assim, a principal vantagem deste critério em comparação com o Hill 1948 é o maior rigor em que o comportamento de cedência em estados de tensão resultantes da tração biaxial é descrito, em particular nas ligas de alumínio. Contudo a aplicação do critério de Hill 1979 tem uma grande limitação devido ao facto de não considerar as componentes de corte do tensor das tensões, os eixos de ortotropia e as direcções principais de tensão, por estas se encontrarem sobrepostas.

Em 1990, Hill propôs uma extensão do critério de Hill (1979) em que a limitação de coaxialidade entre os eixos de anisotropia e as direcções principais de tensão é superada (Hill 1990). No entanto, o critério é apenas definido para estados planos de tensão, e é definido pela seguinte expressão:

$$|\sigma_1 - \sigma_2|^a + \frac{\sigma_b^a}{\tau^a} |\sigma_1 - \sigma_2|^a + |\sigma_1^2 + \sigma_2^2|^{\frac{a}{2}-1} [-2A(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) + B(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \cos(2\beta)] = (2\sigma_b)^2 \quad (2.10)$$

na qual β é o ângulo definido pelos eixos de ortotropia e pelas direcções de tensão; σ_b é a tensão limite de elasticidade biaxial, que se obtém a partir do ensaio de tração biaxial. Este modelo só é completamente caracterizado após o conhecimento de 5 parâmetros de anisotropia (σ_b, τ, A, B e a), contra os 7 (F, G, H, A, B, C e a) do critério Hill (1979) no caso 3D e 2 ($r_{\text{médio}}$ e a) no caso 2D.

Em 1993, Hill propôs um novo critério que evidencia propriedades mecânicas particulares (Hill 1993), tais como $\sigma_0 = \sigma_{90}$ e $r_0 \neq r_{90}$ (ou $\sigma_0 \neq \sigma_{90}$ e $r_0 = r_{90}$), e é definido pela expressão:

$$\frac{\sigma_{xx}^2}{\sigma_0^2} - C \frac{\sigma_{xx}\sigma_{yy}}{\sigma_0\sigma_{90}} + \frac{\sigma_{yy}^2}{\sigma_{90}^2} + \left[(A + B) - \frac{A\sigma_{xx} + B\sigma_{yy}}{\sigma_b} \right] \frac{\sigma_{xx}\sigma_{yy}}{\sigma_0\sigma_{90}} = 1 \quad (2.11)$$

Os 3 parâmetros, A, B , e C , podem ser obtidos a partir de expressões desenvolvidas por Hill, em que apenas é necessário utilizar os dados experimentais de ensaios de tração uniaxial a $0^\circ, 90^\circ$ e biaxial. No entanto, utilização deste critério tem as suas limitações devido à ausência dos termos do tensor das tensões associadas quer ao corte quer à direcção normal à chapa sendo necessário que os eixos de ortotropia e as direcções principais de tensão sejam coaxiais, tal como no critério de Hill (1979). Segundo Banabic (Banabic 1997), o critério de Hill (1993) possui uma boa correlação com os resultados experimentais. Na simulação do processo de conformação de chapa, o critério de Hill (1948) é o mais importante, devido aos restantes critérios de cedência possuírem limitações, ou porque são apenas aplicados a estados planos de tensão - Hill (1990) e Hill (1993) -, ou pelas limitações relativas às direcções de carregamento possíveis - Hill (1979) e Hill (1993).

2.1.1.2 Critério de Barlat 1991 (Yld91)

Em 1991, Barlat et al. (1991) propuseram um critério que é uma extensão para anisotropia do critério isotrópico de Hershey (1954) e Hosford (1972) em que é aplicada uma transformação linear ao tensor das tensões. Essa transformação foi utilizada em primeiro por Sobodka (1969) e Boehler e Sawczuk (1970) para alterar o tensor das tensões. Barlat e Richmond (1987) e Barlat e Lian (1989) utilizaram este princípio para estados de tensão plana. Este critério foi obtido realizando uma transformação linear ao estado de tensão original de forma a obter um estado de tensão equivalente. A este estado de tensão equivalente é dada a designação de estado plástico isotrópico equivalente (IPE), no qual pode ser aplicado um critério isotrópico. O critério YLD91 é então expresso pela equação:

$$|S_1 - S_2|^m + |S_2 - S_3|^m + |S_3 - S_1|^m = 2K^m \quad (2.12)$$

onde S_1 , S_2 e S_3 são as tensões principais do tensor obtido após a aplicação da transformação linear ao tensor das tensões e m é o expoente que tem por função controlar a forma da superfície limite de elasticidade isotrópica.

A transformação utilizada no trabalho original (Barlat et al. 1991) não é a mesma aqui utilizada, mas sim a transformação que foi proposta mais tarde em 1993 por Karafillis e Boyce. Esta alteração da formulação do operador de transformação é utilizada por vários autores como Alves (2003), Wu et al. (2003) e até mesmo pelo próprio Barlat et al. (1997a, 1997b). A transformação proposta por Karafillis e Boyce (1993) possui uma forma matemática mais abrangente no que diz respeito ao tipo de simetria de anisotropia. Com a transformação proposta por Karafillis e Boyce (1993), a modelação de diferentes simetrias de anisotropia (triclínica, monoclínica, ortotrópica, triagonal, tetraédrica, cúbica e isotrópica) torna-se assim possível, enquanto que a transformação proposta por Barlat et al. (1991) foi desenvolvida especificamente para ortotropia. Assim, na transformação proposta por Karafillis e Boyce (1993) o tensor das tensões no estado isotrópico plástico equivalente (IPE) é obtido a partir do tensor das tensões a partir da expressão:

$$s = L: \sigma \quad (2.13)$$

onde σ é o tensor das tensões, s é o tensor das tensões transformado para o IPE e L o operador linear de transformação. O operador de transformação proposto por Karafillis e Boyce (1993) para um estado de isotropia ortotrópica pode ser escrito (utilizando a notação de Voigt):

$$L = \begin{bmatrix} (c_2 + c_3)/3 & -c_3/3 & -c_2/3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_3/3 & (c_3 + c_1)/3 & -c_1/3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2/3 & -c_1/3 & (c_1 + c_2)/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_6 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

onde c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 e c_6 são os parâmetros que caracterizam a anisotropia. Os parâmetros c_4 e c_5 tomam o valor correspondente à isotropia ou seja 1, devido à dificuldade de caracterizar as chapas metálicas fora do plano Oxy . Após esta simplificação, os parâmetros a determinar são os parâmetros da transformação linear c_1, c_2, c_3 , e c_6 , considerando que o valor de m se fixa em função da estrutura cristalina, de acordo com o proposto por Logan e Hosford (1980) para o critério isotrópico de Hershey e Hosford. Têm que ser realizados pelo menos 4 ensaios experimentais para a identificação destes parâmetros e podem utilizar-se duas condições distintas, o que origina duas identificações diferentes; sendo uma efectuada com base nas tensões limite de elasticidade e outra a partir dos coeficientes de anisotropia. Se considerarmos todos os parâmetros da transformação linear iguais a 1, este critério coincide com o critério de Tresca para $m = +\infty$ e com o de von Mises para $m = 2$. O critério é convexo desde que seja cumprida a condição do expoente m ser maior ou igual a 1, uma vez que a convexidade do critério proposto por Hershey (1954) e por Hosford (1972) já tinha sido provada para valores do expoente m iguais ou superiores a 1 e a aplicação de uma transformação linear ao tensor das tensões não altera esta propriedade (Eggleston 1958; Rockafellar 1972).

2.1.2 Leis do Encruamento Isotrópico

O encruamento isotrópico é traduzido por uma expansão uniforme da superfície de plasticidade em que a posição do seu centro se mantém inalterada, sendo associado a um critério de plasticidade através do potencial plástico expresso pela equação:

$$\phi(\sigma, \alpha) = \phi(\sigma) - \sigma_y(\alpha) = 0 \quad (2.15)$$

sendo $\phi(\sigma)$ uma função matemática convexa do tensor das tensões, usualmente chamada de função de cedência, e o termo $\sigma_y(\alpha)$ a função de encruamento que estabelece a dimensão da superfície de plasticidade. Com a realização de um ensaio de tração pode ser retirada a interpretação física do termo $\phi(\sigma)$, também designada por tensão efetiva ou equivalente, $\bar{\sigma}$. A evolução da dimensão da superfície de plasticidade caracterizada pela tensão equivalente σ_y , em função da evolução das variáveis internas do material é definida pelas leis de encruamento isotrópico.

Assim, Ludwick (1909) propôs uma das primeiras leis do encruamento:

$$\bar{Y} = Y_0 + H\bar{\epsilon}^n \quad (2.16)$$

em que Y_0 representa a tensão limite de elasticidade inicial, H o módulo de encruamento, $\bar{\epsilon}$ representa a deformação equivalente e n o expoente de encruamento função do material.

Hollomon (1945) realiza uma simplificação da lei de Ludwick (1909), onde se despreza a componente elástica, e propõe uma nova lei expressa por:

$$\bar{Y} = H\bar{\epsilon}^n \quad (2.17)$$

onde H designa o módulo de encruamento, $\bar{\epsilon}$ representa a deformação equivalente e n o expoente de encruamento função do material.

Swift (1952) obtém a partir da lei proposta por Hollomon, uma lei para descrever a evolução da componente isotrópica da tensão em função da deformação, descrita matematicamente por:

$$\bar{Y} = C(\epsilon_0 + \bar{\epsilon})^n \quad (2.18)$$

onde C , ϵ_0 e n são constantes função do material. Esta expressão é utilizada habitualmente para descrever a maioria dos aços, pois estes, na sua componente isotrópica da deformação não apresentam saturação da tensão.

Prager (1938) propõe a expressão:

$$\bar{Y} = Y_s \tanh\left(\frac{C\bar{\epsilon}}{Y_s}\right) \quad (2.19)$$

onde C é uma constante do material e Y_s representa a tensão de saturação.

Voce (1948) propõe uma expressão que descreve a evolução da componente isotrópica do encruamento, expressa por:

$$\bar{Y} = Y_0 + R_{sat}(1 - e^{-C_y\bar{\epsilon}}) \quad (2.20)$$

onde Y_0 , R_{sat} e C_y são parâmetros do material. Esta expressão é usualmente utilizada para descrever a componente isotrópica de materiais que apresentam saturação da tensão, como por exemplo a maioria dos alumínio. O valor $Y_s = Y_0 + R_{sat}$ é o valor para o qual a expressão tende a saturar.

Chaboche (1977) propõe uma lei de evolução da tensão em que utiliza um somatório de vários termos do tipo da equação proposta por Voce (1948), descrita por:

$$\bar{Y} = Y_0 + \sum_{k=1}^{n_t} Q_k(1 - e^{-C_k\bar{\epsilon}^{p_k}}) \quad (2.21)$$

onde n_t é o número de termos utilizados, Q_k e C_k são constantes do material. Esta lei tem como vantagem o facto de ser modular, podendo alterar a sua flexibilidade em função do número de termos considerados. Normalmente, apenas são necessários 2 ou 3 termos para descrever convenientemente a maioria das curvas (Chaboche e Rousselier 1983; Chaboche 1986, 1989; Lemaitre e Chaboche 1990). Com esta lei de encruamento torna-se possível descrever materiais que apresentam ou não saturação na tensão.

2.2 Formabilidade dos Materiais

A formabilidade de um material traduz-se pela sua capacidade de se deformar plasticamente quando solicitado e de manter essa forma preservando a integridade estrutural da peça e sem apresentar defeitos (Malheiro 2012). A formabilidade é influenciada por diversos fatores, dos quais se destacam as propriedades do material, a geometria da ferramenta de conformação, as condições de lubrificação, a taxa de deformação e condições de retenção provocadas pela pressão do cerra-chapas (Sadagopan 2003). A fim de se aproveitar toda a capacidade de um material se deformar, torna-se importante determinar quais os seus limites de deformação a fim de se evitar peças com defeitos ou até mesmo a rotura do material no processo de embutidura.

2.2.1 Ensaio de Expansão de Furo

Como as características mecânicas de um dado material são relacionadas com a sua formabilidade, foram sendo proposto novos métodos de teste para determinar a capacidade de um material sofrer deformações. No entanto, com a introdução do conceito de Curva Limite de Embutidura (CLE), maior parte dos ensaios realizados acabariam por cair em desuso, pois as CLE separam, no plano das deformações principais, o domínio das deformações admissíveis do domínio das deformações correspondentes à estricção localizada. (Malheiro 2012, Col 2010)

Assim, a caracterização dos materiais é normalmente realizada (pelas siderurgias, por exemplo) recorrendo a ensaios representativos da formabilidade em várias situações. O ensaio mais utilizado para determinação das CLE é o Nakajima, o qual permite, variando a largura dos provetes a ensaiar e utilizando lubrificação adequada, determinar pontos da CLE para condições de deformação que variam entre a tração uniaxial (com provete estreito) à expansão biaxial. Sendo a determinação de uma CLE dispendiosa, em virtude da quantidade apreciável de ensaios e tempo na análise dos seus resultados, a sua disponibilização é restrita (Malheiro 2012).

Nesta dissertação, vamo-nos focar no ensaio de Expansão de Furo, pois é o único que se tem informação de ensaios práticos realizados para possível comparação.

O ensaio consiste em previamente puncionar um furo numa chapa e empurrar através dele, um punção com geometria semi esférica (Fig. 2-2).

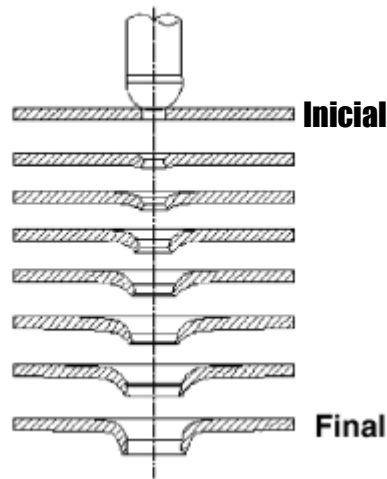


Fig. 2-2 Esquema de Ensaio de Expansão de Furo (Malheiro 2013, Hyun et al. 2002).

O problema que normalmente ocorre é fissuração das abas submetidas a estas deformações, sendo causadas pela deformação introduzida pela operação de corte, não pode ser analisado unicamente tendo como referência as CLE, pelo que tem sido efetuados diversos estudos nos últimos anos, nomeadamente em materiais que são particularmente sensíveis ao efeito de entalhe (como o caso dos aços AHSS), aqui representado pelos defeitos na aresta de corte, sendo nos aços macios minimizado pela sensibilidade positiva à velocidade de deformação que os leva a acomodar as concentrações de tensões resultantes através de encruamento local (Malheiro 2012, Col 2010).

De uma forma geral as causas das roturas nas abas são:

- Qualidade do corte: é apontada como o primeiro fator a ser verificado quando nos encontramos perante a rotura de um bordo extrudido segundo Alain Col (Col, 2010).
- Resistência mecânica do material: quanto mais alta, menor a capacidade de alongamento do mesmo (Malheiro 2012, Lundh 1998).
- Heterogenidade da microestrutura: no caso dos aços DP, quanto mais heterogênea, maior é a tendência para uma rotura precoce devido a interface cristalina entre fases muito diferentes acomodar mal as deformações que lhe são impostas (Malheiro 2012, Col 2010).
- Posição da rebarba de corte: se situarmos a posição da rebarba no lado oposto ao do punção de rebordagem leva a que a aresta do furo (ou da aba) sujeita ao maior alongamento seja a que apresenta mais defeitos (faixa de arrancamento no corte) e, como consequência, atinge mais depressa a rotura devido às maiores concentrações de tensões.

- Espessura do material: a utilização de uma espessura elevada, em sentido oposto ao do senso comum na embutidura e que influencia a CLE, na expansão de furos ou abas pode ser prejudicial devido à aresta exterior ser submetida a uma maior deformação (Lundh 1998). No entanto, um estudo publicado pela ASM (Comstock et al 2006) no qual se analisaram vários aços inoxidáveis com espessuras diferentes entre 0,5 a 1,6 mm aponta para um efeito positivo da espessura nos resultados de expansão de furo. Ou seja, estamos perante um tópico em que não há um consenso generalizado acerca dos efeitos da espessura do material (Malheiro 2012).
- Coeficiente de anisotropia normal do material: com o aumento do coeficiente de anisotropia normal, mais a trajetória de deformação em tração uniaxial a que é submetido o bordo pré-cortado se inclina em direção à horizontal (Col 2010), prevendo-se assim uma maior capacidade de expansão circunferencial. Evidentemente, um coeficiente de anisotropia baixo e, especialmente, inferior a 1 (caso frequente dos HSLA e dos AHSS) traduz a maior tendência do material para se deformar à custa da espessura, contribuindo para a diminuição de espessura da chapa e rotura mais precoce (Malheiro 2012).
- Presença e forma de inclusões não metálicas: o comportamento de expansão de abas melhora conforme registado por R. Davies (Davies 1983) com o controlo de forma – globulares em vez de oblongas – das inclusões não metálicas (sulfureto de manganês) através da adição de terras raras, como o cério (Pearce 2001) que promovem a forma globular destas inclusões (Malheiro 2012).

2.2.2 Curva Limite de Embutidura

A Curva Limite de Embutidura como já foi referido, é obtida através do ensaio de Nakajima, em que são submetidos uma série de provetes de larguras variáveis, que são pré-marcados com uma grelha que permite a leitura posterior das deformações, até se verificar a existência de uma estricção localizada ou a rotura. A Fig. 2-3 mostra uma série de provetes testados com larguras entre 25 e 200 mm.(Malheiro 2012)

De forma a se poderem ler as deformações, devem ser feitas marcações na chapa (Fig. 2-4). As dimensões mais usuais são 2 mm e 2,54 mm.

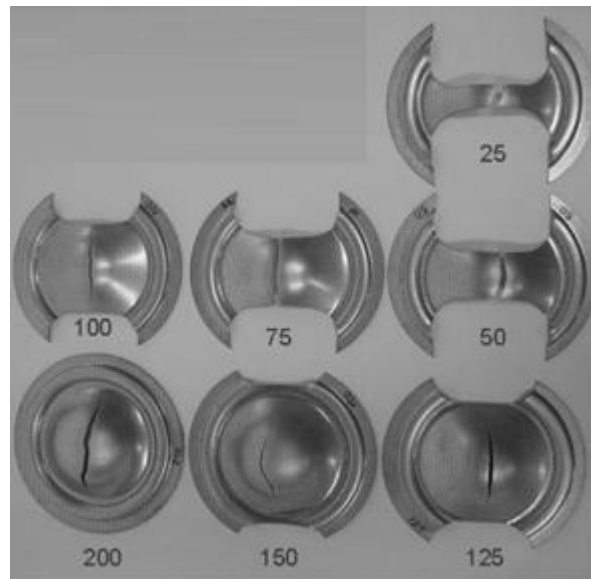


Fig. 2-3 Provets usados no ensaio Nakajima (Malheiro 2013, Alm 2012).

Posteriormente a análise dos resultados é efetuada recorrendo à captação de imagens ao longo do ensaio, de forma a poder reconstituir a tridimensionalidade da peça e analisar a sua curvatura. Durante a análise das imagens, é necessário escolher quais os pontos que serão objeto de análise por forma a determinar o nível de deformação existente exatamente no momento anterior ao aparecimento da estricção localizada na chapa.

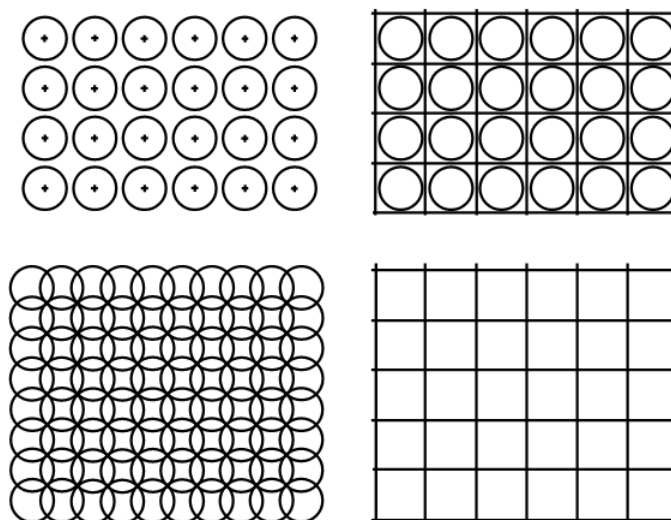


Fig. 2-4 Tipo de marcações utilizadas para medir deformações (Malheiro 2013, Col 2010).

O método que é o mais utilizado na Europa é o chamado método Bragard em que para efetuarmos a medição das deformações principais nos pontos em torno da rotura (Fig. 2-5) e determinarmos o gradiente de deformações nessa zona, é apenas necessária uma peça, fissurada (Col 2010).

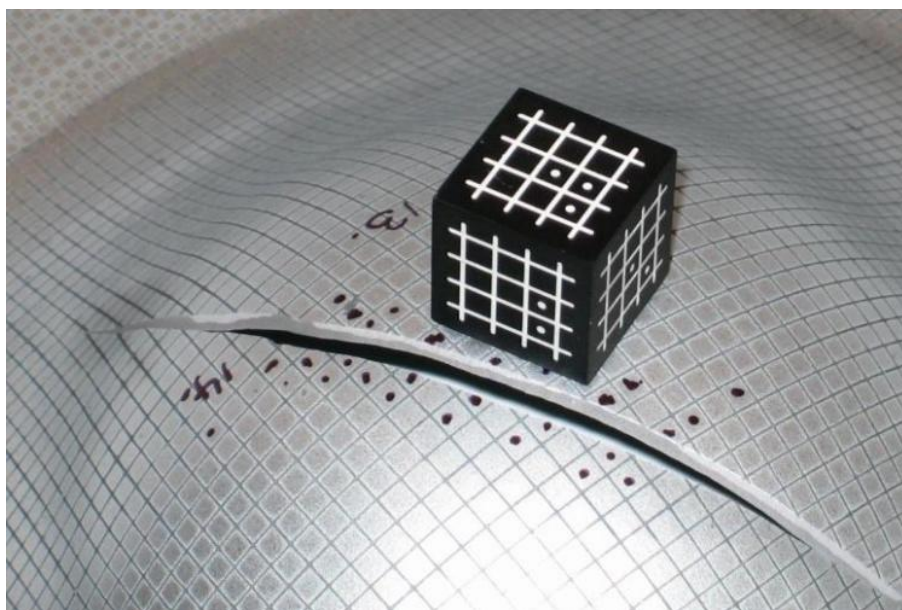


Fig. 2-5 Determinação do gradiente de deformação na zona de rotura (Malheiro 2013, Alm 2012).

Feitos os ensaios para os diferentes provetes, obtêm-se os valores das deformações no momento da estrição e são representados no espaço das deformações principais (Fig. 2-6).

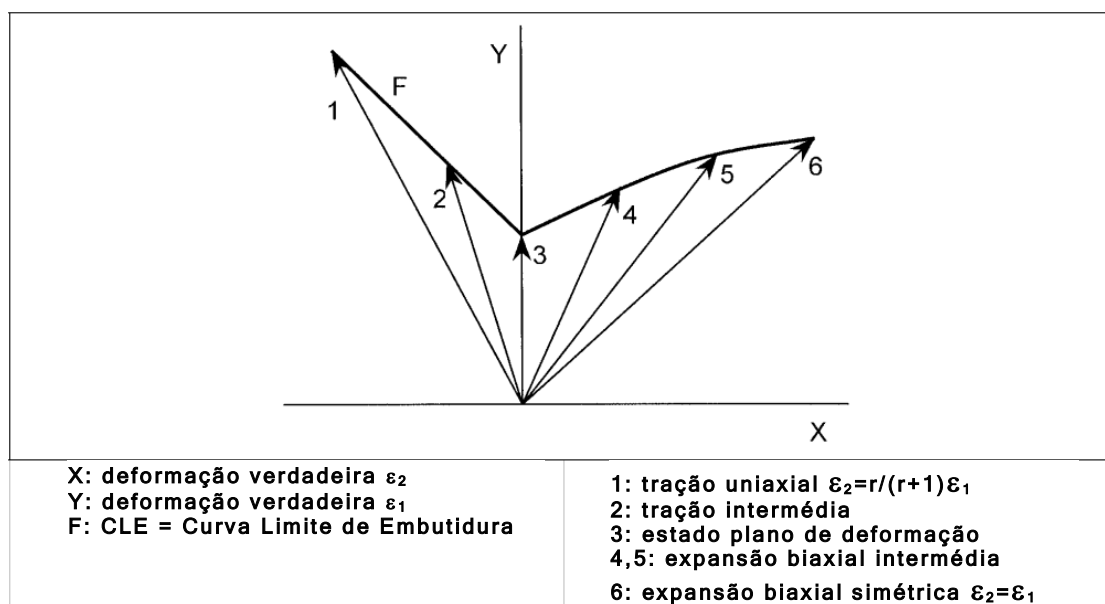


Fig. 2-6 Determinação da CLE usando diferentes trajetórias de deformação (FLC 2006).

Assim a Fig. 2-6 representa diferentes trajetórias de deformação que podem ser obtidas pelo ensaio de Nakajima, das quais se destaca a tração uniaxial representada pela curva 1, a deformação plana pela curva 3 e a expansão biaxial simétrica representada pela curva 6.

Na Fig. 2-7 representa-se quais seriam as deformações de uma célula de medição circular em cada um dos casos, sendo que os círculos a tracejado representam a configuração inicial.

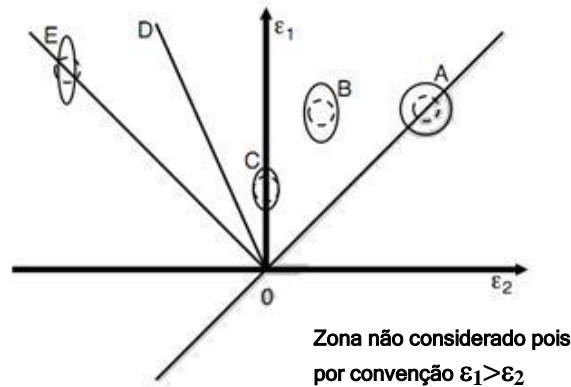


Fig. 2-7 Deformações das células para diferentes trajetórias de deformação (Malheiro 2013, Col 2010).

Na Fig. 2-7 a deformação referente à célula A corresponde à expansão biaxial simétrica, a B a uma situação de expansão intermédia, a C à deformação plana e a D à tração uniaxial. A configuração E corresponde à situação de corte puro, em que $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$, que não pode ser obtida pelo ensaio Nakajima. A obtenção deste ponto da CLE pode ser feita através do ensaio Miyauchi, em que se utiliza uma máquina de tração convencional e um provete com geometria apropriada (ver Fig. 2-8) para simular a deformação pretendida (Santos et al. 2005).

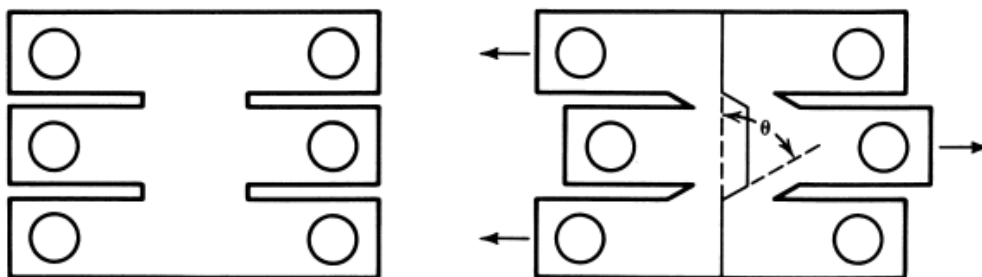


Fig. 2-8 Provete do ensaio de Miyauchi antes e após a deformação (ASM 2006).

Quando analisamos as CLE's é comum dividi-las em 2 partes diferentes relativamente às deformações, assim sendo:

- Expansão (Stretching) para valores positivos de ε_2 (e por definição de ε_1)
- Retração (Col 2010) ou Expansão (Drawing) (Santos et al. 2005) para valores negativos de ε_2 .

No eixo que separa as duas zonas, temos a deformação plana, situação particular que corresponde ao modo de menor formabilidade dos materiais e, portanto, ao ponto inferior da

CLE. Como este ponto é bastante importante, e devido à sua posição (no eixo $\varepsilon_2 = 0$) é usual este ponto ser designado por CLE_0 (Col 2010).

O uso de CLE tem como principal vantagem permitir comparar rapidamente os graus de formabilidade de diferentes materiais, como podemos ver na Fig. 2-9, em que são representadas as CLE de vários aços diferentes. Esta facilidade de comparação já não acontece se estivermos a representar os limites de formabilidade no espaço das tensões principais (Malheiro 2012, Col 2010).

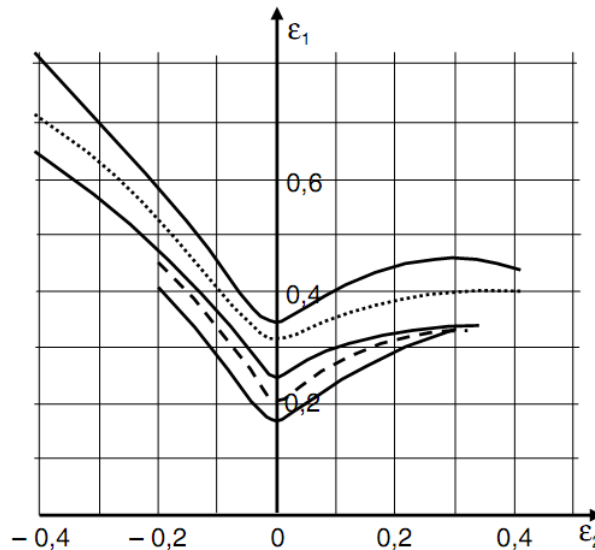


Fig. 2-9 CLE's para diferentes aços (Malheiro 2013, Col 2010).

Existem então certos parâmetros que influenciam a determinação das Curvas Limite Embutadura:

- O tamanho da célula base para medição da deformação é de extrema influência, uma vez que, para além do risco de leitura de deformações não homogêneas, se utilizarmos células de medição demasiado grandes podemos ser induzidos a determinar deformações demasiado pequenas por capturar na mesma célula gradientes de deformação importantes cujo valor provém da leitura de valores subestimados de deformação no momento em que ocorre a estricção (Malheiro 2012, Col 2010).
- A espessura da chapa influencia a CLE através da altura do ponto CLE_0 , que para um mesmo material aumenta com o aumento da espessura da chapa, existindo uma relação linear entre o valor de deformação do ponto CLE_0 e a espessura, até valores de 3mm e estabilizando para valores acima disso (Malheiro 2012).
- O índice de encruamento do material, principalmente em aços macios, como demonstrado por Keeler em 1975, influencia também a altura do ponto CLE_0 ,

devido à existência de uma correlação da proporcionalidade direta entre a altura do ponto CLE_0 e o índice de encruamento calculado na proximidade da instabilidade de carga (quando termina a deformação uniforme) (Malheiro 2012, Col 2010).

- Uma curvatura forte da chapa faz com que a estrição deixe de depender apenas da deformação para também ser influenciada pelo gradiente da mesma deformação na espessura influenciando assim as CLE (Malheiro 2012, Col 2010).
- Com o aumento da sensibilidade à velocidade de deformação, mais alta a posição da CLE (Lundh 1998).
- A trajetória de deformação, pois quando se obtém os limites das CLE apenas são realizadas trajetórias de deformação retilíneas, isto é, em que $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ se mantém constante, como tal, só podemos aplicar as CLE em casos em que a trajetória de deformação é retilínea. No entanto é possível simular em laboratório situações de trajetória de deformação complexa em que as CLE resultantes são diferentes da CLE obtida por trajetórias retas (Col 2010). (Ver Fig. 2-10)

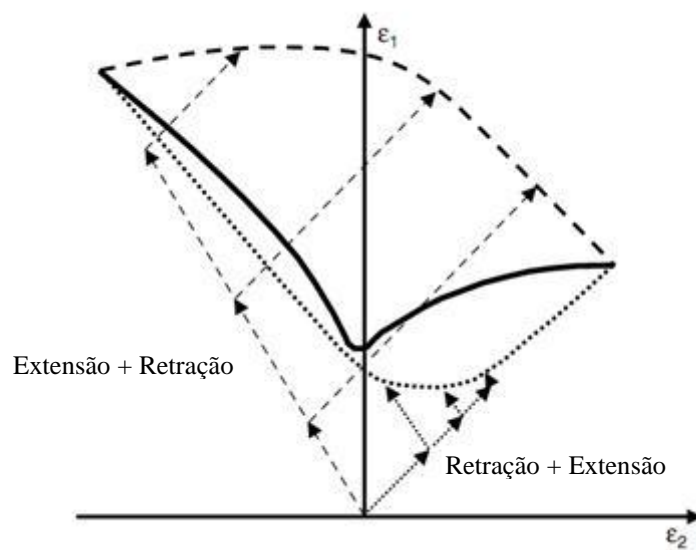


Fig. 2-10 Diferentes CLE com trajetórias complexas (Malheiro 2013, Col 2010).

Com o aumento de técnicas computacionais, vários investigadores propuseram modelos numéricos para preverem as CLE. Para a previsão do limites de embutidura, foi usado o critério da fratura frágil. Com base neste critério, a ocorrência da fratura frágil é estimada usando a tensão e a extensão macroscópica que ocorre durante a deformação (Takuda 1999, Kuroda 2000, Avila 2003, Wang 2006). Outros modelos foram também propostos: estrição difusa (Swift 1952), estrição localizada (Hill 1948), o modelo de espessura imperfeita

desenvolvido por Marciniak e Kuczynski (1967) e a teoria da bifurcação impulsionada por Stren e Rice (1975). No entanto, prever as CLE requer cálculos complexos e torna-se assim limitada a sua usabilidade em casos práticos e ainda não foi proposto um modelo que possa ser aplicado a vários tipos de metal. Nesta dissertação, vamos usar os limites teóricos propostos pela NADDRG (North America Deep Drawing Research Group) (Slota 2005) e o modelo Hill-Swift (Holmberg et al. 2004).

As curvas propostas resultantes destes modelos correspondem a limites definidos para trajetórias de deformação lineares. Pela sua localização e fundamentos pode considerar-se que a faixa definida pelas respectivas curvas serão uma referência e serão representativas dos limites superior e inferior da formabilidade dos materiais considerados, quando solicitados em trajetórias lineares. O limite de formabilidade correspondente à curva do NADDRG tem como referência o ponto de estricção correspondente à solicitação em deformação plana (CLE_0) e o seu valor depende dos parâmetros n (encruamento) e espessura do material.

$$CLE_0 = \frac{(23,3 + 14,13t_0)n}{0,21} \quad (2.22)$$

A inclinação das retas à esquerda e à direita de CLE_0 são de 45° e 20° respetivamente.

Relativamente aos modelos propostos por Hill e Swift as curvas correspondentes dependem dos parâmetros n (encruamento) e r (anisotropia), caraterísticos do material.

Para $\varepsilon_2 < 0$: $\alpha = \sigma_2/\sigma_1$

$$\varepsilon_{j1} = \frac{1 + (1 - \alpha)r}{1 + \alpha} n \quad (2.23)$$

$$\varepsilon_{j2} = \frac{\alpha - (1 - \alpha)r}{1 + \alpha} n \quad (2.24)$$

Para $\varepsilon_2 > 0$

$$\varepsilon_{f1} = \frac{[1 + r(1 - \alpha)] \left[1 - \frac{2r}{1 + r} \alpha + \alpha^2 \right]}{(1 + \alpha)(1 + r) \left[1 - \frac{1 + 4r + 2r^2}{(1 + r)^2} \alpha + \alpha^2 \right]} n \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_{f1} = \frac{[(1 + r)\alpha - r] \left[1 - \frac{2r}{1 + r} \alpha + \alpha^2 \right]}{(1 + \alpha)(1 + r) \left[1 - \frac{1 + 4r + 2r^2}{(1 + r)^2} \alpha + \alpha^2 \right]} n \quad (2.26)$$

Na Fig. 2-11 apresentam-se as influências de variações de n, r e t nos limites que se obtêm para a formabilidade do material.

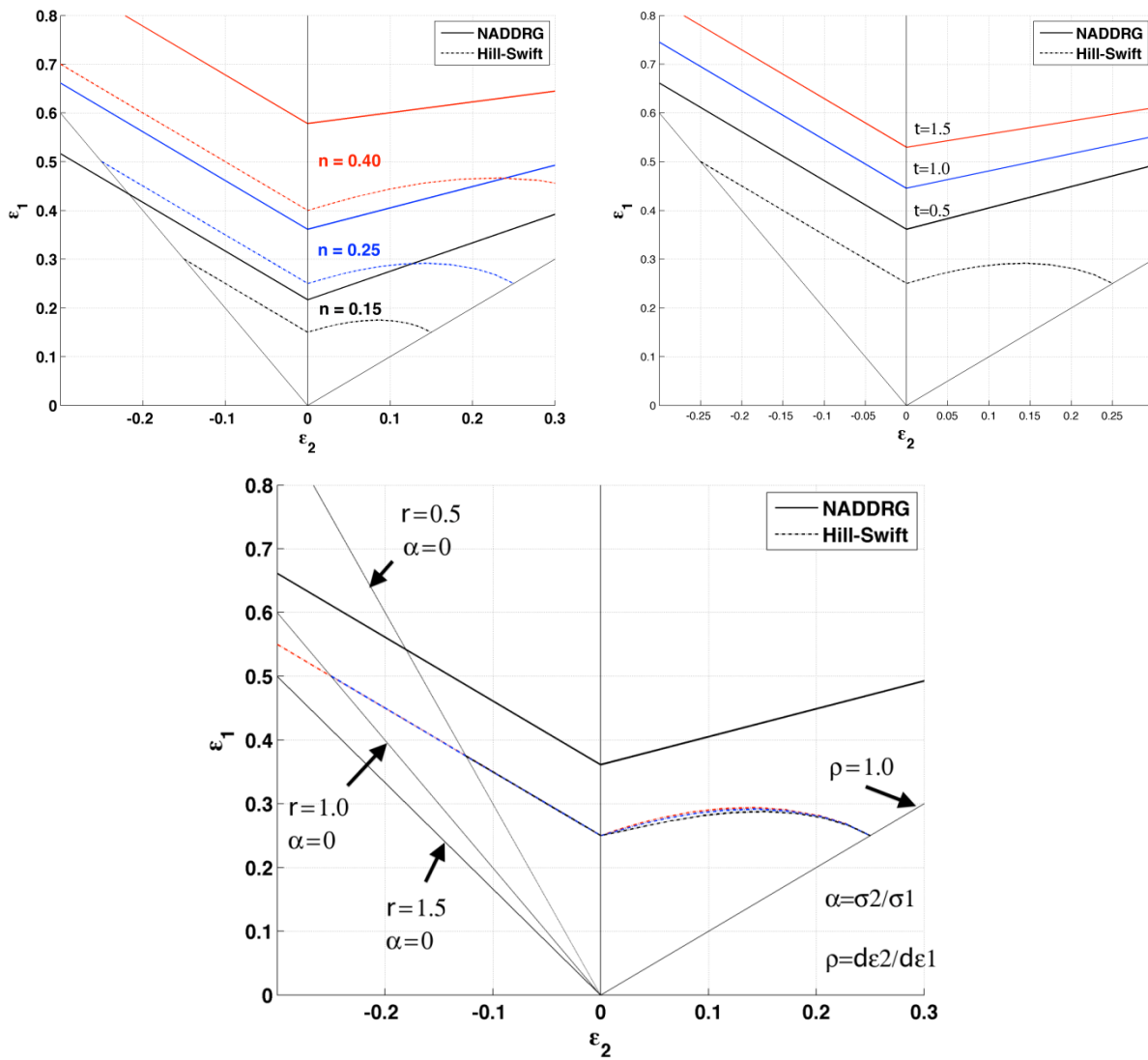


Fig. 2-11 Comparação das evoluções das CLE com alteração do n , t e r do material (Martins 2005)

2.3 O Ensaio Biaxial

Para que se possam realizar simulações de embutidura de chapas usando a análise de elementos finitos é necessário termos as equações constitutivas do material rigorosamente definidas, e portanto os testes experimentais do material sujeito a estados multiaxiais de tensão são fundamentais para descrever essas equações. Um dos métodos típicos para ensaios biaxiais de tensão de chapas metálicas utiliza provetes cruciformes como apresentado por Kuwabara (2007) e Hannon (2008). Este método tem bastante vantagens, incluindo a capacidade de se medir a deformação elasto-plástica do material das chapas e a sua imunidade a deformações fora do plano principal que ocorrem no ensaio de Bulge hidrostático.

No entanto, ao contrário dos ensaios uniaxiais de tensão, a distribuição das tensões na zona central do provete cruciforme não é uniforme, o que complica a determinação das componentes biaxiais de tensão. Devido a isso, a geometria do provete cruciforme e o método usado para medir as componentes biaxiais das tensões e das deformações são os fatores mais importantes para estabelecer um método de ensaio biaxial de tensão para chapas metálicas.

2.3.1 Geometria dos provetes cruciformes

O desenho da geometria dos provetes cruciformes é de extrema importância. Enquanto que a geometria do provete com espessura e largura uniforme possa ser pensada como uma extensão natural dos provetes usados nos ensaios uniaxiais, é insatisfatória para análises à deformação plástica na zona central do provete devido à concentração de tensões e problemas de uniformidade de deformações. Estes problemas foram as principais razões que levaram ao desenvolvimento de várias outras geometrias.

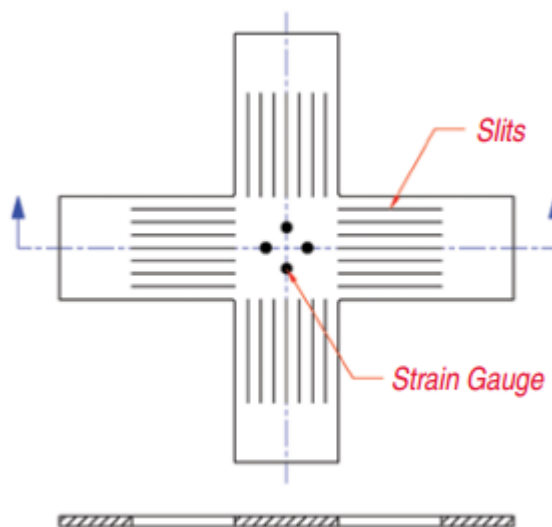


Fig. 2-12 Proвете cruciforme com rasgos (Kuwabara et al. 1998).

Uma das geometrias usadas é a da Fig. 2-12 onde rasgos muito finos foram cortados nas abas do provete. Esses rasgos promovem deformações uniformes na zona central do provete onde se encontram os extensômetros independentemente da proporção de cargas aplicadas em cada aba (Kuwabara et al 1998)

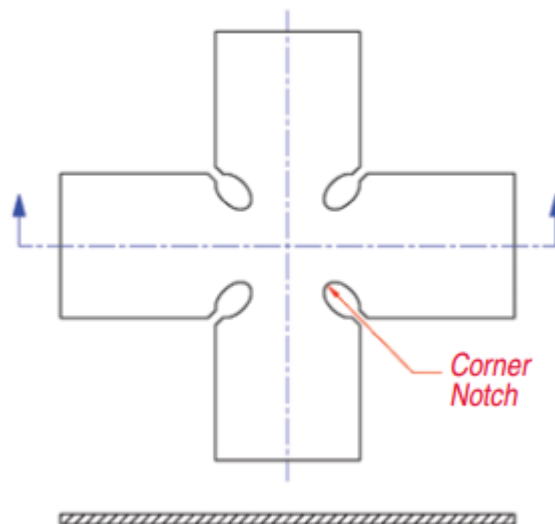


Fig. 2-13 Provete cruciforme com reentrâncias nos 4 cantos da zona central (Banabic et al. 2003).

Uma segunda geometria proposta, aplica reentrâncias aos 4 cantos da zona central do provete como se vê na Fig. 2-13.

A intenção de incluir estas reentrâncias é promover deformações maiores na zona central do provete. Banabic et al (2003, 2005) usaram este tipo de provete para testarem diferentes materiais a diferentes temperaturas

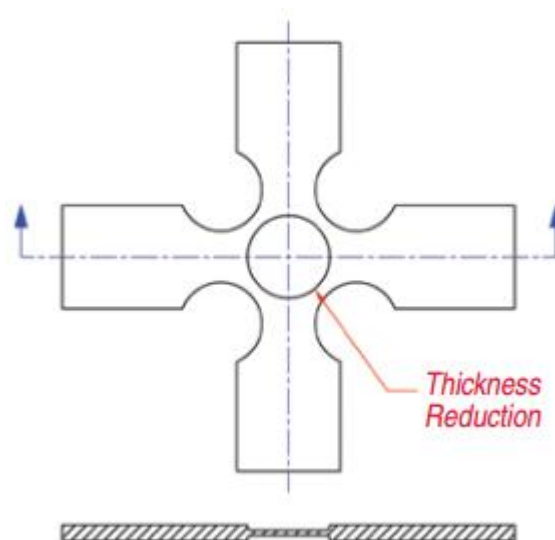


Fig. 2-14 Provete cruciforme com diminuição da espessura na zona central (Ghiotti 2007).

Uma terceira geometria utilizada inclui uma redução da espessura na área central do provete para concentrar a deformação. Como exemplo temos a Fig. 2-14 que tem uma zona central rebaixada em relação às abas (Ghiotti 2007).

A combinação destas geometrias deu origem a muitas outras como vemos na Fig. 2-15 (Green et al. 2004, Naka et al. 2003, Gozzi et al. 2005).

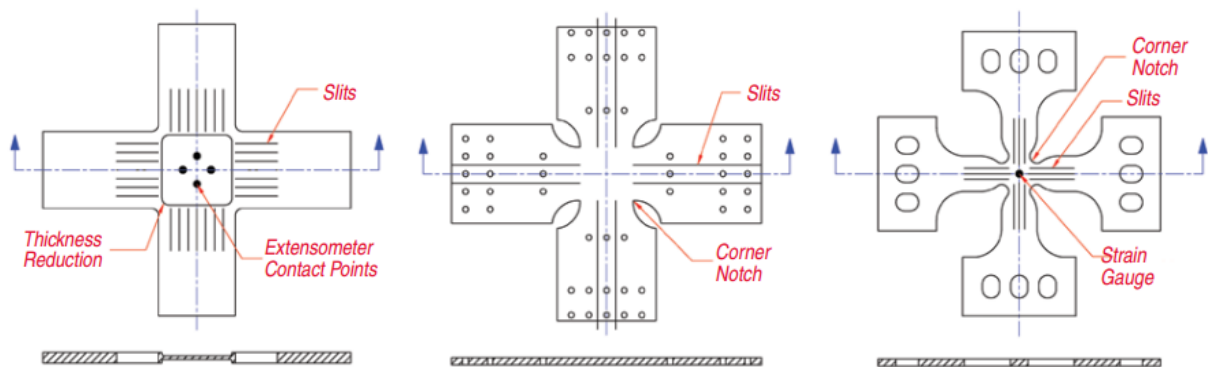


Fig. 2-15 Várias geometrias para provetes cruciformes (Green et al 2004, Naka et al 2003, Gozzi et al, 2005).

2.3.2 Mecanismo do Ensaio de Tração Biaxial

O mecanismo utilizado no ensaio de tração biaxial, é algo que ainda não se encontra muito normalizado, pelo que conforme o autor são utilizados diferentes mecanismos.

Mankinde et al (1992) propuseram o mecanismo presente na Fig. 2-16.

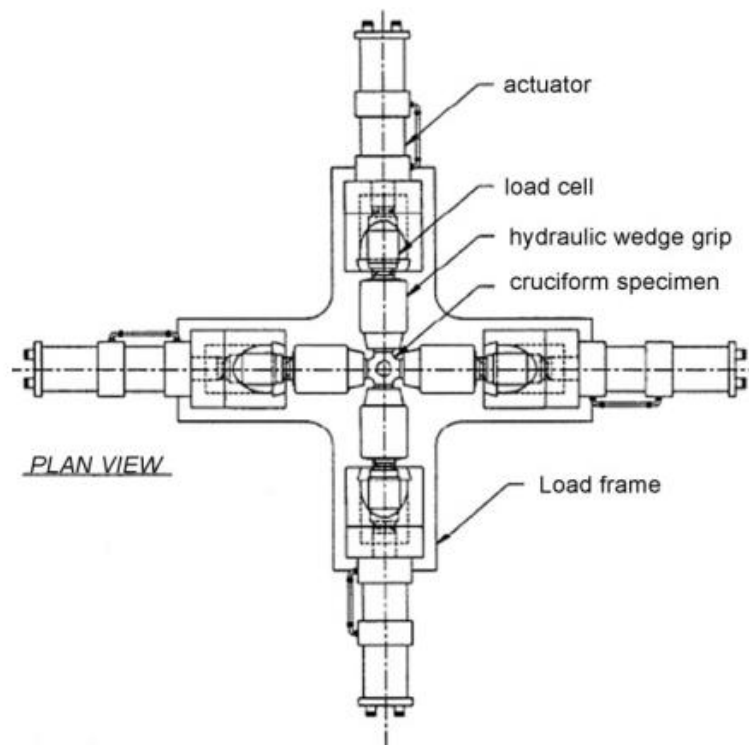


Fig. 2-16 Exemplo de mecanismo proposto por Mankinde et al (1992).

O mecanismo é constituído por 2 partes: a parte responsável pela carga e a parte responsável pelo controlo. Devido à estrutura estar sujeita a tensões elevadas, a construção foi sobredimensionada de forma a reduzir algum tipo de flexão da estrutura. Foram utilizados 2 atuadores em cada eixo de forma a garantir que o centro do provete não se mova durante o ensaio.

Kuwabara et al (1998) realizaram um estudo para clarificar experimentalmente, a deformação plástica e elástica de aços de baixo carbono laminados a frio sujeito a tensões biaxiais. Para completarem este estudo, um novo mecanismo de tração biaxial foi fabricado (ver Fig. 2-17).

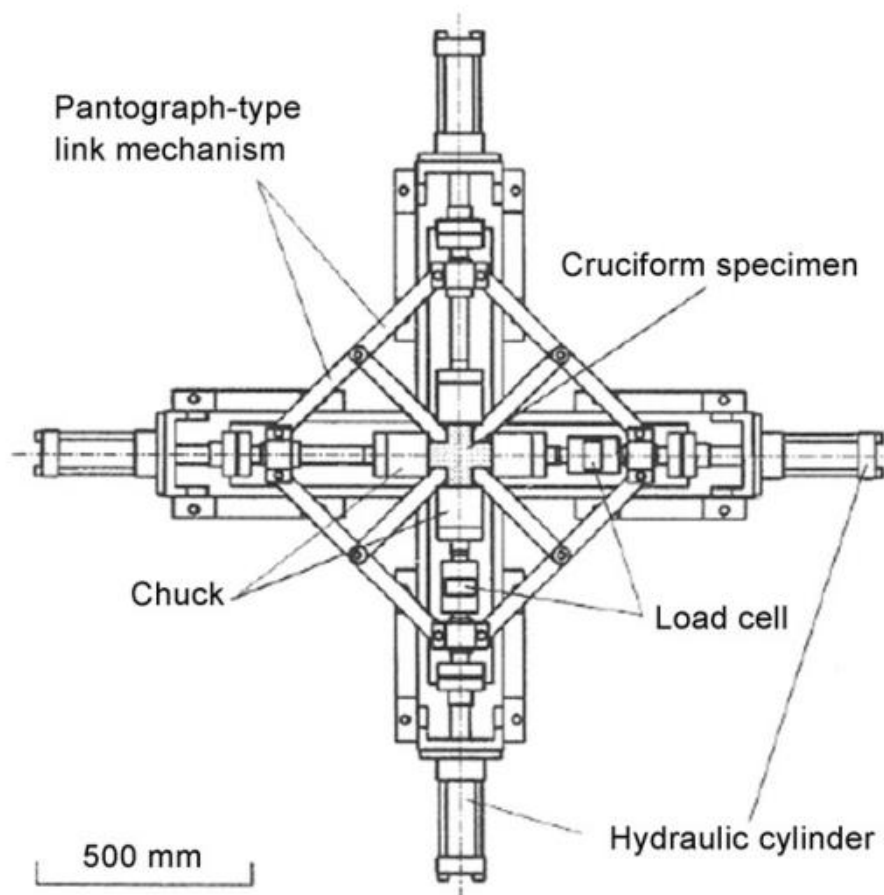


Fig. 2-17 Mecanismo usado por Kuwabara et al (1997).

O mecanismo de ensaios biaxiais era constituído por um servo mecanismo em que cada um dos cilindros hidráulicos é operado independentemente por um servo controlo, e como no mecanismo anterior, houve a preocupação de manter o centro do provete estacionário durante o ensaio.

Em 2005, o Fraunhofer Institute na Alemanha desenvolveu um mecanismo de tração biaxial que aproveitava uma máquina de ensaios de compressão (Fraunhofer 2005). O mecanismo é apresentado na Fig. 2-18.

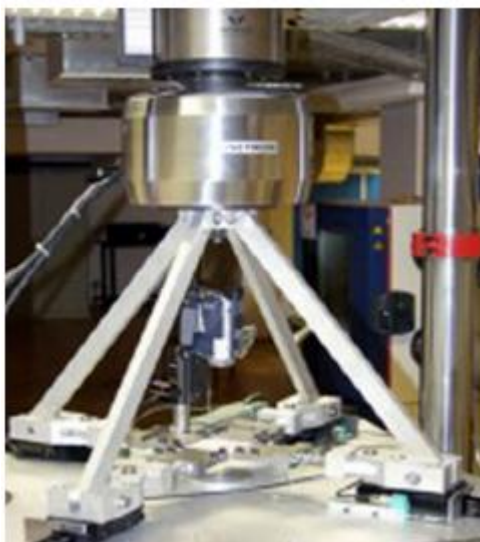


Fig. 2-18 Mecanismo usado por Fraunhofer (2005).

Este sistema funcionava utilizando 4 ligações presas ao punção da máquina de ensaios de compressão. Conforme o punção desce, essas ligações convertem o movimento vertical em movimento horizontal segundo duas direções. Este movimento era então aproveitado para aplicar força no provete cruciforme.

Outros mecanismos foram usados também uma vez que não há um mecanismo “standard” para a realização dos ensaios biaxiais.

A título de exemplo temos o mecanismo usado por Smits et al (2006) na Fig. 2-19.



Fig. 2-19 Máquina de tração biaxial (Smits et al. 2006).

Em 2009 Abu-Farha (Abu-Farha et al. 2009) desenvolveu um mecanismo que utilizava engrenagens como meio para provocar o alongamento do provete (Fig. 2-20).

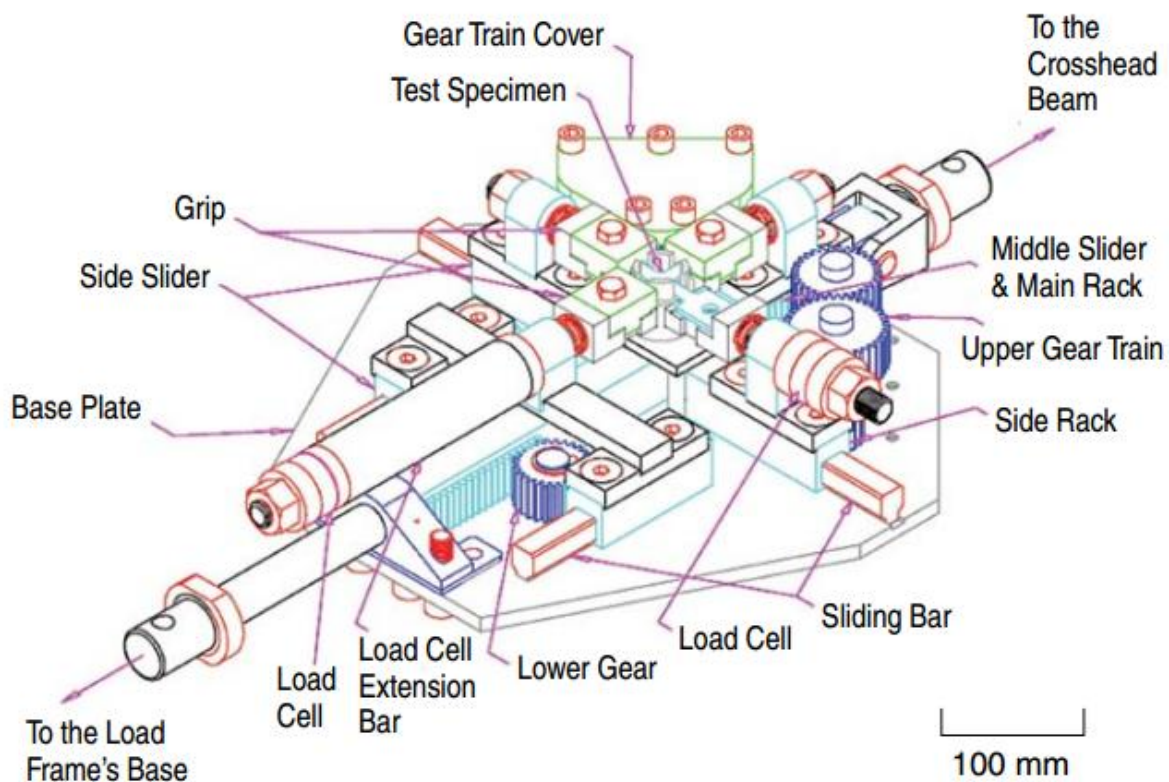


Fig. 2-20 Mecanismo construído por Abu-Farha (Abu-Farha et al. 2009).

Com o desenvolvimento do tema dos ensaios biaxiais, foram sendo desenvolvidos mecanismos para realizar o ensaio, tendo como base os já referidos anteriormente.

A título de exemplo temos o mecanismo projetado e proposto pela Universidade de Coimbra em colaboração com uma entidade externa no âmbito de um projeto científico que inclui como parceiros o INEGI\Universidade do Porto e a Universidade de Aveiro (Fig. 2-21).

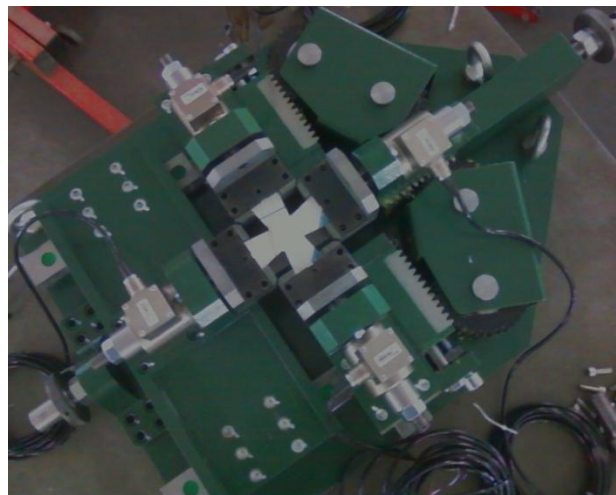


Fig. 2-21 Mecanismo projetado e proposto pela Universidade de Coimbra

Este mecanismo é baseado no mecanismo de Abu-Farha, utilizando engrenagens de modo a poder controlar o deslocamento imposto em cada um dos eixos.



Fig. 2-22 Pormenor do mecanismo usado na Universidade de Coimbra

Uma das vantagens deste tipo de mecanismo, é a facilidade com que pode ser anexado a uma máquina de ensaios de tração convencional, tornando assim mais fácil a sua utilização.

3 Ensaio Biaxial com Provete Cruciforme

Neste capítulo desenvolve-se uma metodologia para a determinação simultânea dos parâmetros do critério de plasticidade e da lei do encruamento através da aplicação de um algoritmo de análise inversa tendo por base a simulação numérica de um ensaio de tração biaxial de um provete cruciforme.

3.1 Otimização da Malha e da Geometria do Provete

3.1.1 Estudo da Malha de Elementos Finitos

Para efectuarmos as simulações numéricas do ensaio biaxial de tração, necessitamos de definir uma malha de elementos finitos para o nosso modelo no programa Abaqus. Neste estudo foram utilizados elementos do tipo C3D8R (Elemento sólido 3D com 8 nós e integração reduzida) e discretizações de malha com elementos de 0,5mm, 1mm e 2mm às quais chamamos Malha 0,5, Malha 1 e Malha 2 respetivamente. Em termos de espessura, foram sempre utilizadas 2 camadas de elementos finitos. As dimensões importantes para definir a geometria do provete são as da Fig. 3-1.

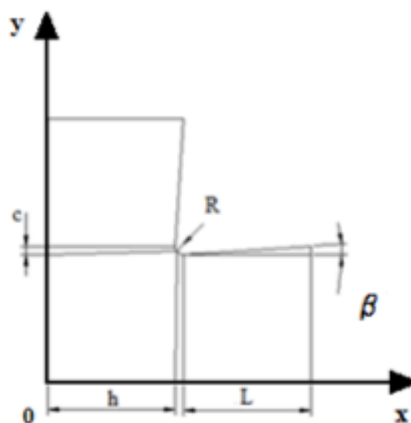


Fig. 3-1 Dimensões e Geometria de $\frac{1}{4}$ do Provete.

As dimensões utilizadas durante o estudo da discretização da malha foram:

- $h = 30\text{mm}$;
- $L = 60\text{mm}$;

- $c = R = 6\text{mm}$
- $\beta = 6^\circ$
- A espessura da chapa é de 1mm

Para o estudo em questão consideramos apenas 1/4 do provete uma vez que a chapa metálica respeita a condição de ortotropia planar e a geometria do provete é simétrica. Foi considerado ainda que o material é isotrópico e definido pelos seguintes parâmetros:

Tabela 3-1 Parâmetros da Lei de Encruamento do material utilizado no estudo da Malha.

Lei do Encruamento: Swift ($\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^n$)			
K (MPa)	n	σ (MPa)	ϵ_0
554	0,25	150,9	0,0055

As malhas em questão são as exemplificadas na Fig. 3-2.

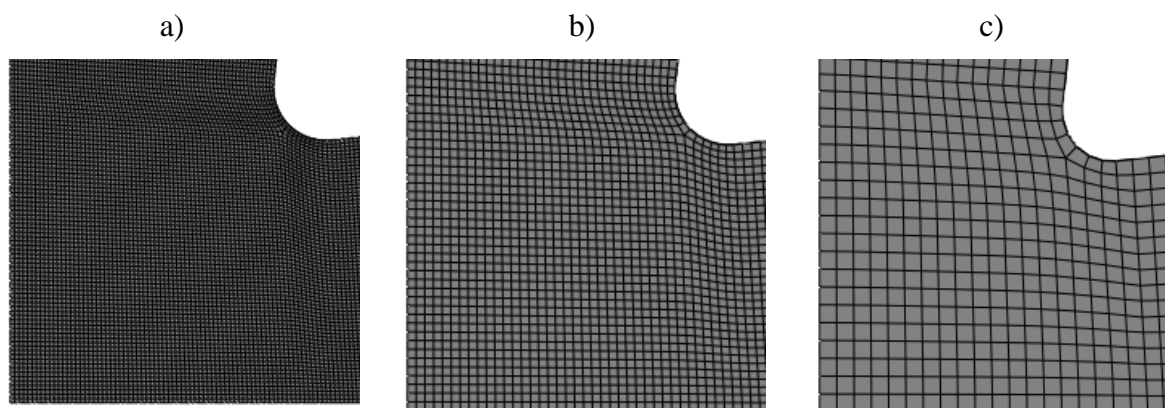


Fig. 3-2 a) Malha 0,5 b) Malha 1 c) Malha 2.

Na Fig. 3-3 apresentamos uma comparação dos valores de deformação plástica equivalente ϵ ao longo da aba do provete para as diferentes discretizações de malha utilizadas bem como uma comparação da evolução da força F nas amarras ao longo do deslocamento Δl das mesmas durante o ensaio.

Da análise do gráfico ϵ vs *distância* concluímos que não são visíveis diferenças acentuadas de valores de ϵ excepto a distância para a qual o valor de ϵ toma o seu valor máximo no caso da Malha 2. Do gráfico F vs Δl conclui-se que as três curvas são praticamente coincidentes o que demonstra que as malhas em estudo têm o mesmo comportamento em relação à força F .

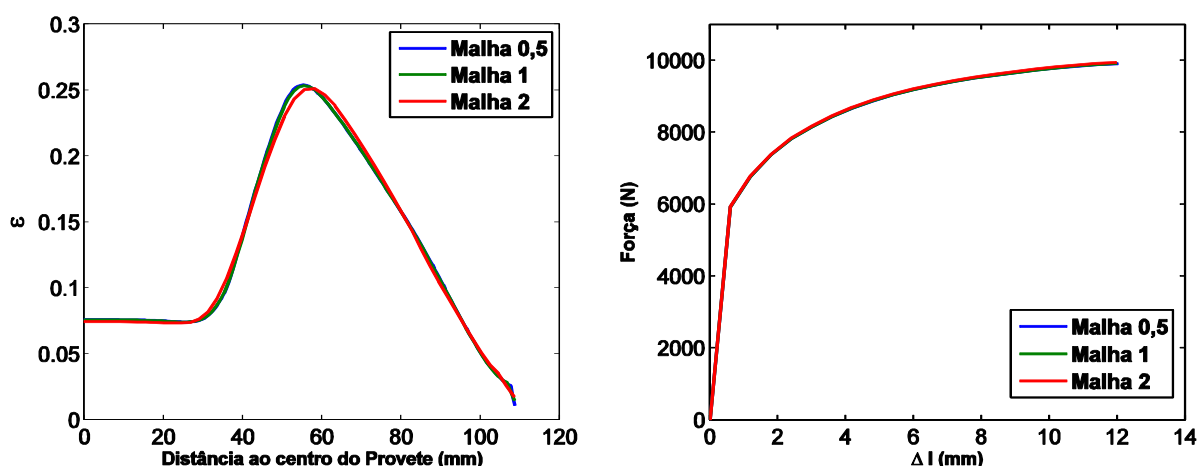


Fig. 3-3 Comparação de Resultados para as diferentes discretizações de Malha.

Na Tabela 3-2 estão registados os valores de tempo de cálculo, e da deformação plástica equivalente no centro e seu valor máximo nas abas, para um deslocamento de 12mm para cada uma das malhas discretizadas na nossa análise. Para comparação de resultados, vamos usar os valores da Malha 0,5 como referência.

Tabela 3-2 Comparação do Tempo de Cálculo, ϵ (centro) e ϵ (máximo - abas) para um $\Delta l = 12\text{mm}$.

Malha	Tempo de Cálculo (s)	ϵ (centro)	ϵ (máximo - abas)
0,5	13847	0,0760	0,2540
1	(16,29%) 2255	(-0,13%) 0,0759	(-0,11%) 0,2537
2	(2,97%) 411	(-1,84%) 0,0746	(-1,06%) 0,2513

De acordo com a Tabela 3-2 a Malha 0,5 é a malha que apresenta maior tempo de cálculo e maior valor de deformação plástica equivalente, tanto no centro como nas abas. A Malha 1 tem um tempo de cálculo bastante inferior (16,29% do tempo de cálculo da Malha 0,5) e apenas uma diferença de deformações plásticas equivalentes na casa dos 0,10% (-0,13% no centro e 0,11% no valor máximo das abas). Como seria de esperar, a Malha 2 que é menos refinada que as anteriores tem um tempo de cálculo bastante baixo, aproximadamente 3% do tempo de cálculo da Malha 2, mas apresenta maior erro nas leituras das deformações plásticas equivalentes (-1,84% no centro e -1,06% de valor máximo nas abas).

Optou-se por usar a Malha 2 pois não tem um erro tão elevado que justifique usarmos a Malha 1 (mais refinada) e que apresenta um tempo de cálculo bastante superior.

3.1.2 Estudo da Influência do Raio de Concordância nos Resultados

Existem certos parâmetros geométricos que vão ter maior ou menor influência nos resultados obtidos, como tal é de todo o interesse realizar um estudo acerca desses parâmetros a fim de determinar qual o valor que é mais razoável de utilizar. Um dos parâmetros que sempre se achou por bem controlar e estudar, foi o raio de concordância entre as abas do provete. Todos os ensaios que realizarmos vão ser traccionados até um Δl (deslocamento das amarras do provete) que corresponda ao limite máximo de resistência à tração, o que faz com que não exista rotura nas abas, tornando assim a zona do raio de concordância, a zona mais frágil do provete ou seja é o local onde se pode dar a rotura do material quando solicitarmos o provete. (Fig. 3-4)

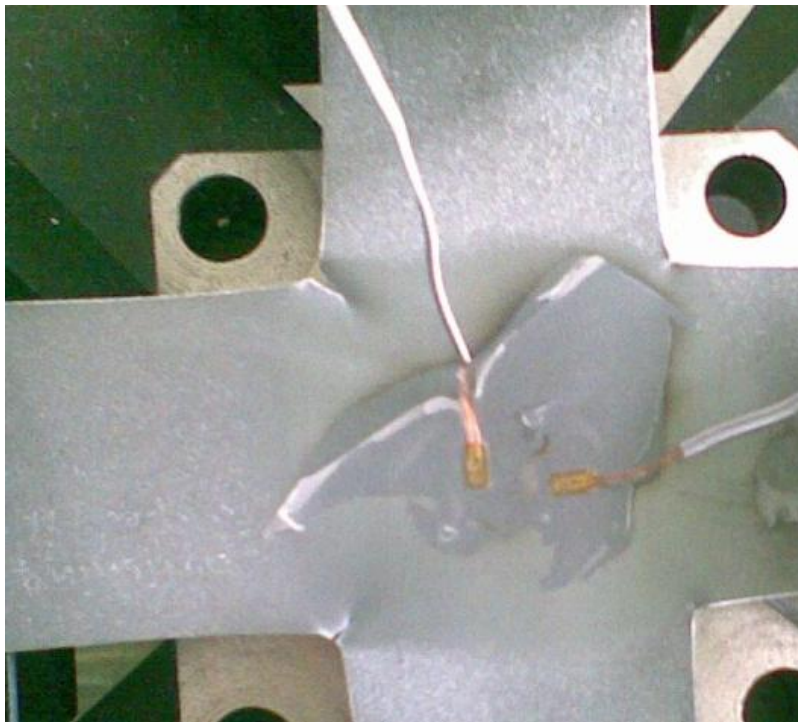


Fig. 3-4 Pormenor da rotura na zona do raio de concordância.

O material que vamos usar neste estudo é o mesmo que já foi apresentado na Tabela 3-1. Na Tabela 3-3 podemos ver os diferentes valores de deformação nas abas, bem como os valores de deformação plástica equivalente máxima e tensão máxima de von Mises para cada um dos raios utilizados. Todos estes ensaios foram realizados para $\Delta l = 12mm$.

Analisando a Tabela 3-3 podemos concluir que a geometria de Raio 2mm é a que apresenta um maior valor de ϵ_{11} no centro do provete sem prejudicar em muito o valor de ϵ_{11} máximo nas abas e de $\epsilon_{22}/\epsilon_{11}$. Tem como contra partida elevados valores de deformação

plástica equivalente máxima na zona do raio, assim como elevados valores de tensões de von Mises na mesma zona, potenciando assim a rotura do provete.

Tabela 3-3 Valores de ϵ , Mises, ϵ_1 no centro, ϵ_1 máximo nas abas e ϵ_2/ϵ_1 para diferentes Raios de Concordância.

Raio (mm)	ϵ máximo no raio	Mises máximo no raio (MPa)	ϵ_{11} centro	ϵ_{11} máximo nas abas	$\epsilon_{22}/\epsilon_{11}$
2	0,72	509	0,0492	0,2499	-0,4716
4	0,58	485	0,0435	0,2495	-0,4748
5	0,53	473	0,0404	0,2510	-0,4781
6	0,45	454	0,0373	0,2500	-0,4781
8	0,41	443	0,0329	0,2495	-0,4811
10	0,38	435	0,0292	0,2471	-0,4821

O provete com Raio 5mm é o que apresenta maior valor de deformação plástica ϵ_{11} máxima nas abas apenas apresentando valores ligeiramente menores de ϵ_{11} no centro em relação ao provete de Raio 2mm. Este mesmo provete (Raio 5mm) apresenta uma considerável diminuição da deformação plástica equivalente e da tensão de von Mises máxima na zona do raio de concordância, diminuindo assim o risco de rotura em relação ao provete de Raio 2mm. Por fim analisando o outro extremo da tabela, o provete de Raio 10mm, vemos que ϵ_{11} no centro do provete é o menor de todos os casos, registando um valor muito abaixo do valor máximo registado no provete de Raio 2mm, ou seja piora em muito, quanto ao ϵ_{11} máximo nas abas, apesar de ser o mais baixo de todos os registados nos outros provetes não se afasta muito do melhor resultado obtido, o mesmo já não acontece na relação $\epsilon_{22}/\epsilon_{11}$ em que é para o provete de Raio 10mm que obtemos o valor mais negativo de todos, portanto o melhor resultado de todos os provetes. Relativamente à deformação plástica equivalente e à tensão de von Mises máxima na zona do raio de concordância como era de esperar, o provete de Raio 10mm é o que apresenta melhores resultados tornando-se assim a rotura do provete na zona do raio algo muito difícil de acontecer.

Na Fig. 3-6 podemos ver os resultados da análise feita ao longo da aba central do provete (Fig. 3-5) para os diferentes raios utilizados neste estudo da importância da geometria do provete.

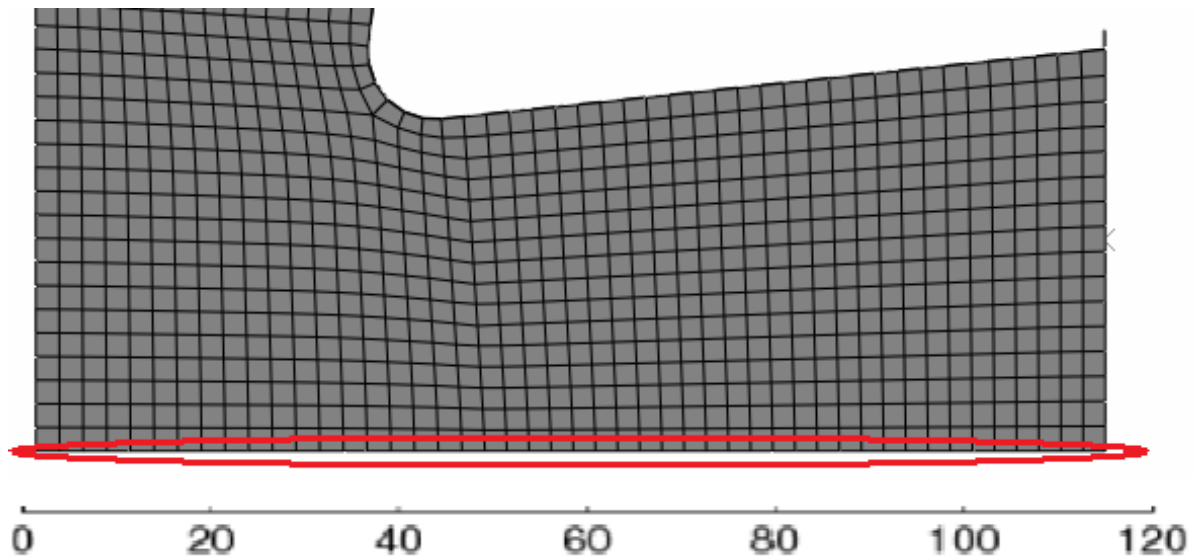


Fig. 3-5 Zona da aba da leitura das deformações ε_{11} e ε_{22} utilizadas na análise.

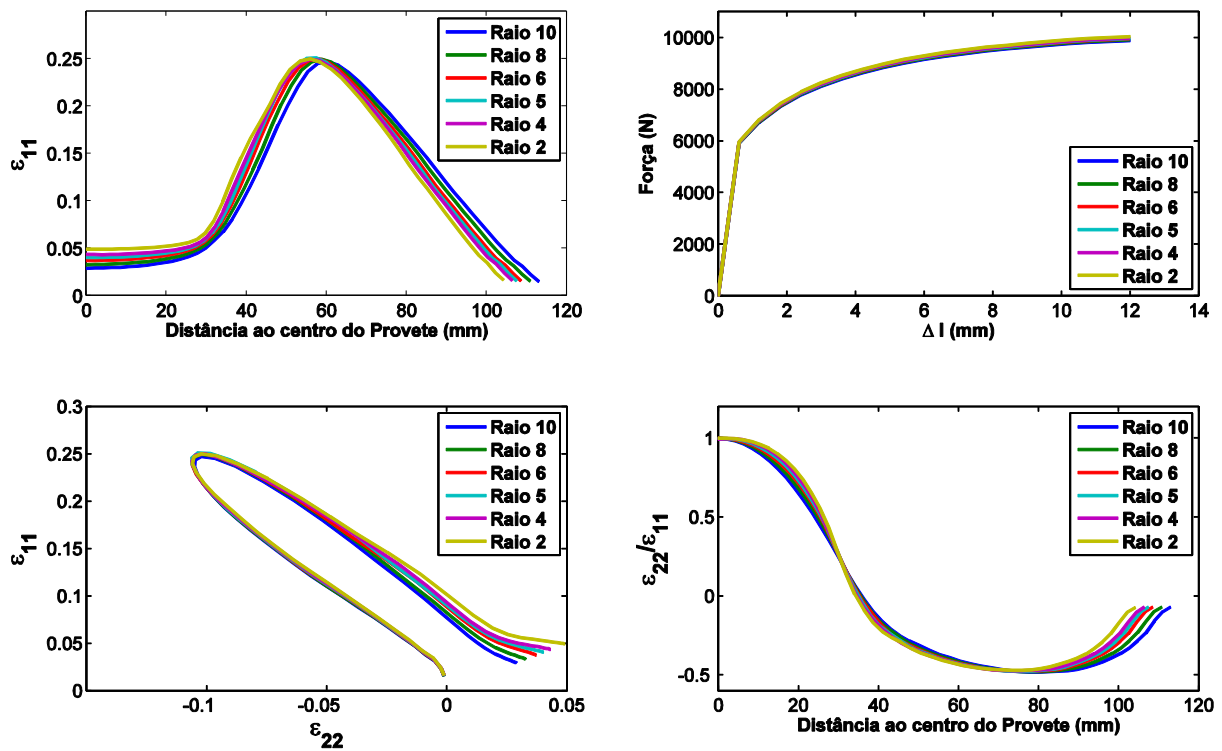


Fig. 3-6 Comparação de ε_{11} e de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ usando diferentes Raios.

Após uma leitura dos gráficos da Fig. 3-6, as diferenças mais significativas e visíveis são a diminuição da deformação ε_{11} e ε_{22} no centro do provete. As outras diferenças menos perceptíveis na análise dos gráficos já foram referidas na Tabela 3-3.

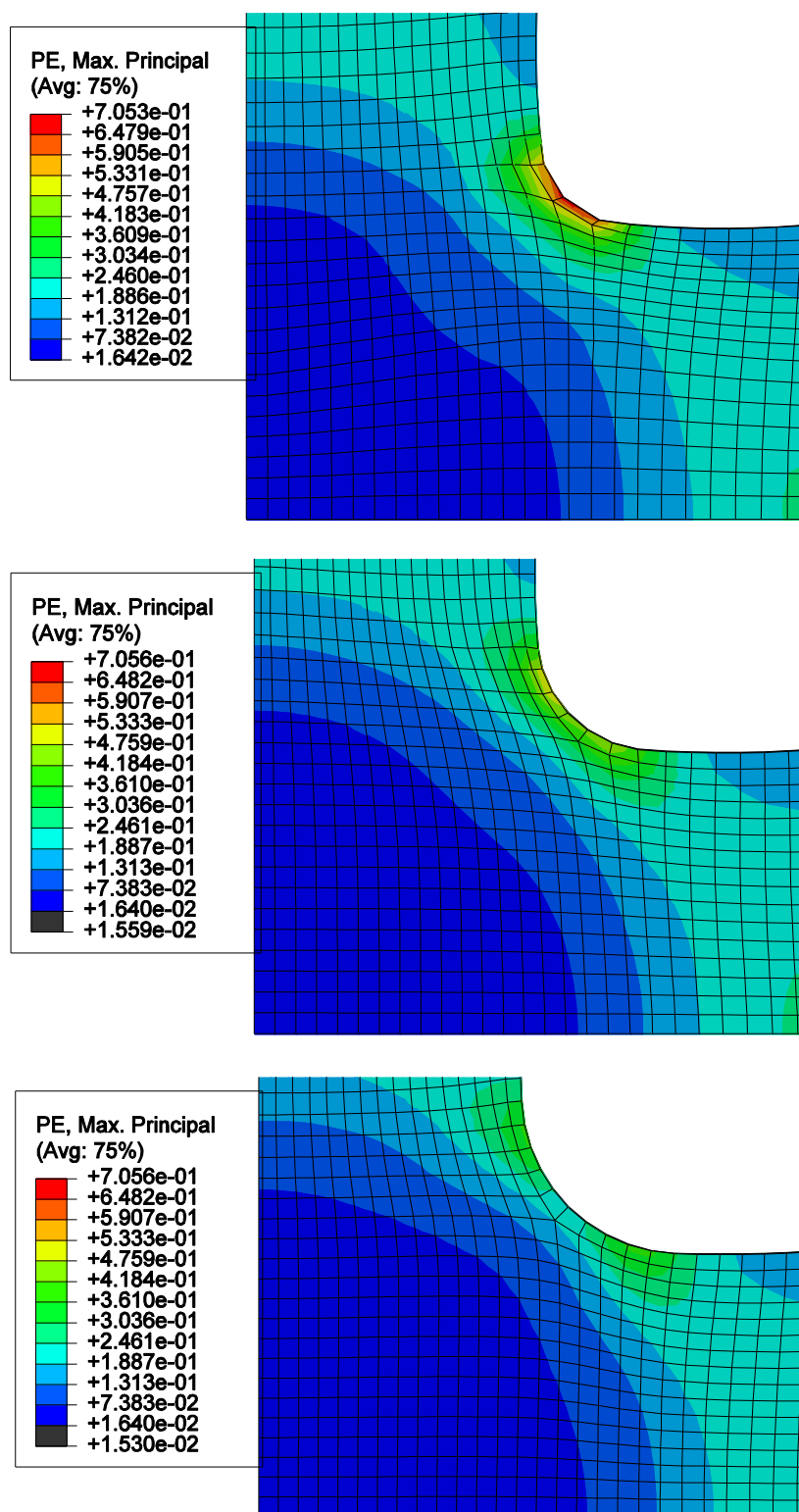


Fig. 3-7 Evolução de ϵ_1 na zona do raio de concordância para os Raios de 2mm, 5mm e 10mm respetivamente.

Para uma análise acerca da possível rotura na zona do raio de concordância bem como a obtenção dos valores de ϵ máximo e de Mises máximo no raio foi preciso focar a nossa análise numa outra zona do provete (Fig. 3-8).

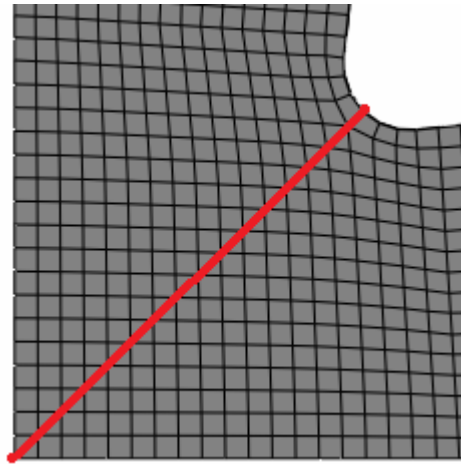


Fig. 3-8 Diagonal da zona central.

Através da Fig. 3-7 concluímos facilmente que os valores de deformação plástica ε_{11} na zona do raio de concordância diminuem consideravelmente com o aumento do próprio raio. No entanto para uma completa análise do perigo de rotura, recorreu-se ao conceito de Curva Limite de Embutadura.

Como podemos ver na Fig. 3-9, os limites usados pela NADDRG são mais elevados do que os limites calculados utilizando o modelo Hill-Swift. Como tal, e de uma forma mais conservadora vamos utilizar os limites do modelo Hill-Swift como referência para a análise.

De acordo com a CLE da Fig. 3-9 e como já tínhamos visto antes, quanto menor o raio de concordância utilizado, maior o risco de rotura, tanto o provete com Raio 5mm como o provete com Raio 2mm, para um $\Delta l = 12mm$ ultrapassam a linha de rotura de Hill-Swift. Apenas o caso do Raio 10mm se mantém abaixo do limite.

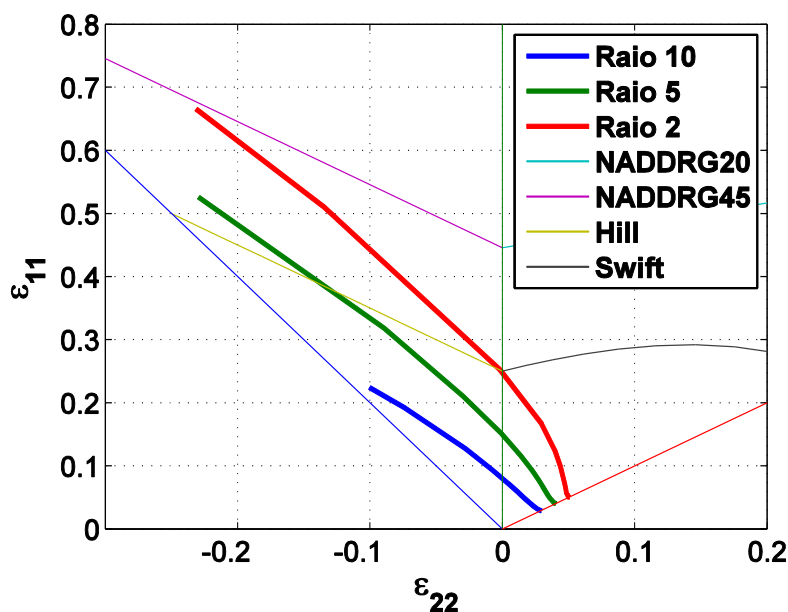


Fig. 3-9 FLD com diferentes Raios de Concordância usados na geometria dos provetes.

Podemos então ver qual seria o Δl máximo que o provete com Raio 5mm poderia sofrer sem ultrapassar os limites estipulados.

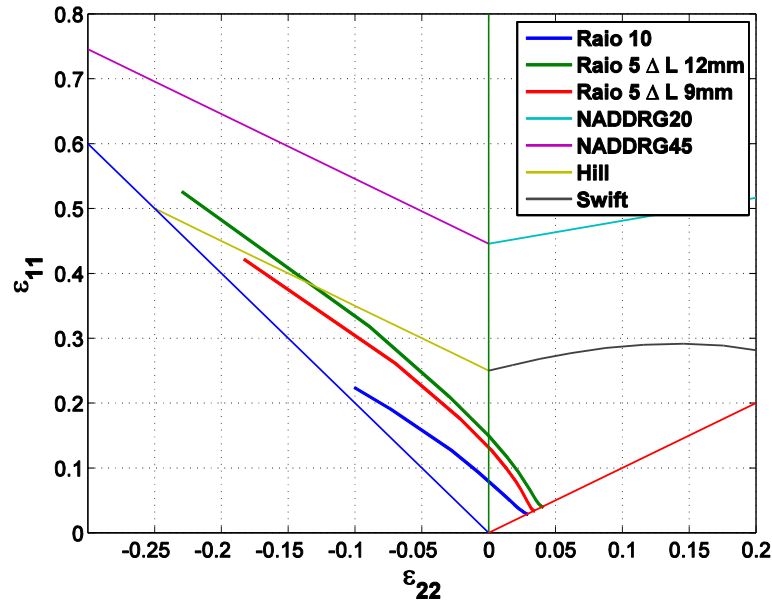


Fig. 3-10 FLD para Raio 10mm, Raio 5mm, e Raio 5mm com $\Delta l=9mm$.

Da análise da CLE da Fig. 3-10 vemos que apenas é possível manter o provete de Raio 5mm abaixo do limite de formabilidade se em vez de aplicarmos $\Delta l = 12mm$, aplicarmos um $\Delta l = 9mm$. Procedeu-se então a uma análise das deformações presentes na aba dos três provetes analisados a fim de se chegar a alguma conclusão. A representação das deformações é feita na Fig. 3-11.

A partir dos gráficos da Fig. 3-11 podemos facilmente reparar que a utilização de $\Delta l = 9mm$ conduziu logo a uma diminuição drástica dos valores das deformações presentes na aba, o que não é o que procuramos. Do gráfico ε_{11} vs *distância* é imediata a diferença entre o ε_{11} máximo quando usamos o $\Delta l = 9mm$ e os outros dois casos presentes. Como tal, a geometria escolhida para ser utilizada nos próximos ensaios, vai ser a geometria que tem o Raio de 10mm.

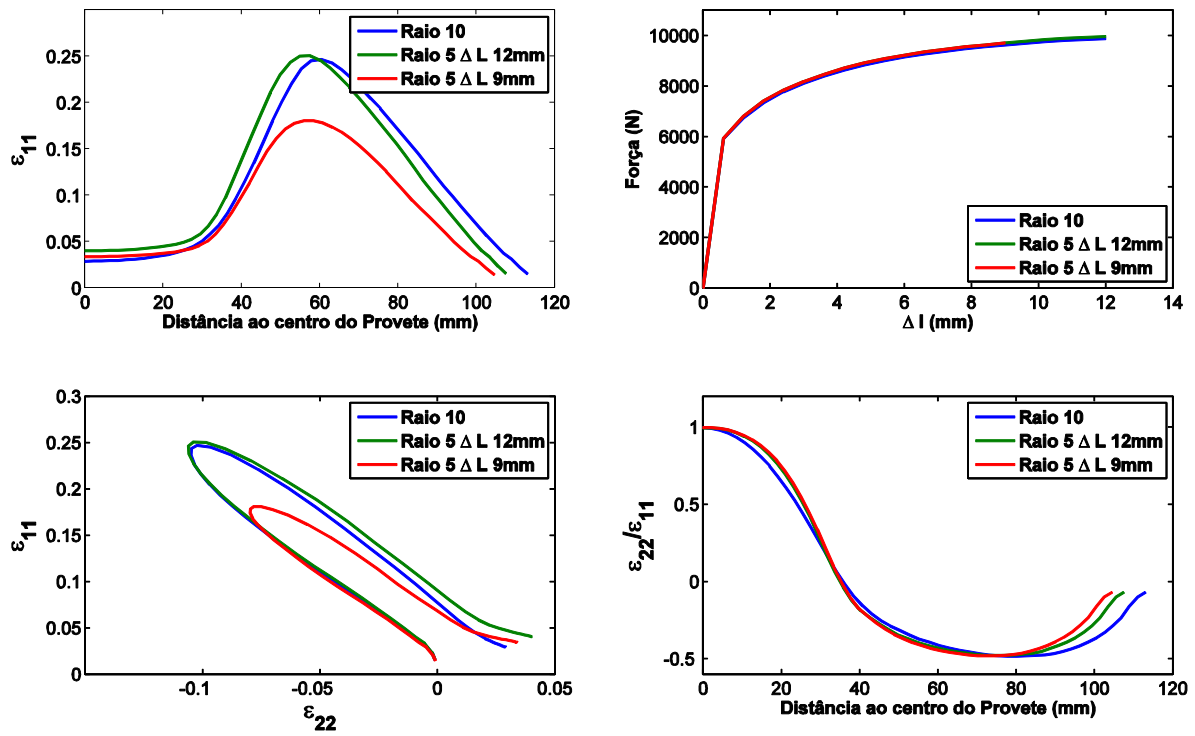


Fig. 3-11 Comparação de ϵ_{11} e de $\epsilon_{22}/\epsilon_{11}$ usando diferentes Raios (Raio 10, Raio 5 e Raio 5mm com $\Delta l=9\text{mm}$).

3.2 Análise Direta

A análise direta realizada neste capítulo é realizada com o intuito de determinar as variáveis que influenciam o comportamento plástico do material bem como a influência dos parâmetros dos modelos constitutivos na evolução das variáveis em estudo, recorrendo à simulação numérica de vários ensaios de tração biaxial de provetes cruciformes.

A realização de uma análise inversa, na qual vão ser determinados os parâmetros do modelo constitutivo do material com base em resultados experimentais, não pode portanto ser realizada sem que antes se tenha feito o respectivo estudo de análise direta.

Ao longo deste capítulo são apresentados os resultados das diferentes análises efectuadas a materiais com diferente comportamento plástico. Todas as simulações realizadas usam critério de Hill'48 como modelo do comportamento anisotrópico do material e a lei de Swift como modelo do encruamento isotrópico. A influência dos parâmetros de anisotropia do critério de Hill'48 é analisada indiretamente através da evolução de r no plano da chapa. Todas as simulações realizadas consideram que os materiais têm valores do coeficiente de anisotropia iguais ou maiores a 1 no plano da chapa para qualquer uma das direcções do eixo de tração.

3.2.1 Isotropia Planar

Nesta primeira fase apenas alteramos valores relativos ao critério de Hill'48 mantendo a Lei de Swift inalterada. Os materiais estudados apresentam isotropia planar e foi considerado que os parâmetros L e M do critério de Hill'48 eram $L = M = 1,5$. Na Tabela 3-4 são apresentadas as simulações realizadas neste estudo bem como os parâmetros do critério de Hill'48 e a respectiva lei do encruamento.

A fim de se realizarem as simulações no ABAQUS, é necessário transformar os parâmetros do critério de Hill'48, ou os coeficientes de anisotropia, em rácios anisotrópicos ($R_{11}, R_{22}, R_{33}, R_{12}, R_{13}$ e R_{23}). Segundo a documentação do ABAQUS, em chapas consideramos $R_{11} = R_{13} = R_{23} = 1$ e

$$R_{22} = \sqrt{\frac{r_{90}(r_0 + 1)}{r_0(r_{90} + 1)}} \quad (3.1)$$

$$R_{33} = \sqrt{\frac{r_{90}(r_0 + 1)}{(r_0 + r_{90})}} \quad (3.2)$$

$$R_{12} = \sqrt{\frac{3(r_0 + 1)r_{90}}{(2r_{45} + 1)(r_0 + r_{90})}} \quad (3.3)$$

ou querendo utilizar os parâmetros do critério de Hill'48:

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{22}^2} + \frac{1}{R_{33}^2} - \frac{1}{R_{11}^2} \right) \quad (3.4)$$

$$G = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{33}^2} + \frac{1}{R_{11}^2} - \frac{1}{R_{22}^2} \right) \quad (3.5)$$

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}^2} + \frac{1}{R_{22}^2} - \frac{1}{R_{33}^2} \right) \quad (3.6)$$

$$L = \frac{3}{2R_{23}^2} \quad M = \frac{3}{2R_{13}^2} \quad N = \frac{3}{2R_{12}^2} \quad (3.7)$$

Tabela 3-4 Simulações realizadas com isotropia no plano da chapa.

Simulação	r	Hill'48				r_0	r_{45}	r_{90}	Swift ($\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^n$)		
		F	G	H	N				k (MPa)	n	ϵ_0
Isotropia	1	0,500	0,500	0,500	1,500	1	1	1	554	0,25	0,0055
r = 2	2	0,333	0,333	0,667	1,667	2	2	2			
r = 3	3	0,250	0,250	0,750	1,750	3	3	3			
r = 4	4	0,200	0,200	0,800	1,800	4	4	4			

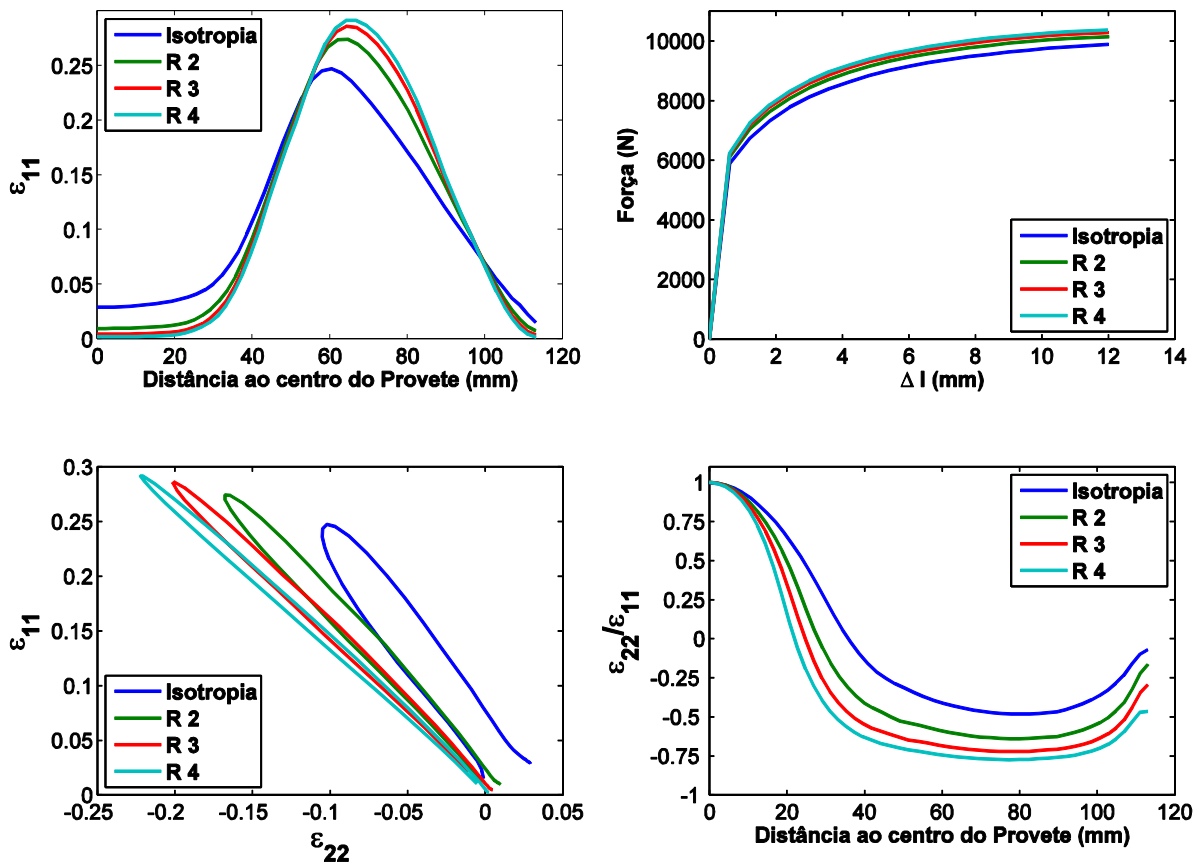


Fig. 3-12 Resultados das deformações em isotropia planar para diferentes valores de r.

Na Fig. 3-12 apresentam-se os resultados obtidos para a isotropia planar com diferentes valores de r . Como nos encontramos em isotropia planar, os valores são os mesmos para os dos 2 eixos (Ox e Oy). Os resultados foram obtidos na carga máxima do provete em tração biaxial, correspondente a $\Delta l = 12mm$.

Analisando a Fig. 3-12 tiram-se as seguintes conclusões:

- No gráfico ε_{11} vs distância observamos que na zona da aba, o valor de deformação máxima aumenta com o aumento do r , enquanto que na zona central do provete acontece o oposto, a deformação diminui com o aumento do r . Também se observa que a distância ao centro do provete para a qual ocorre a deformação máxima aumenta com o aumento do r .
- No gráfico *Força vs Δl* vemos que a força necessária aumenta ligeiramente com o aumento do r .
- A partir do gráfico ε_{11} vs ε_{22} podemos saber as trajetórias de deformação ao longo da aba imediatamente e os seus valores antes da força máxima ser aplicada. As extremidades das linhas onde $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$ correspondem ao centro do provete. Analisando o gráfico vemos que os valores de deformação no centro do provete diminuem com o aumento do r , tendendo para zero, e os valores absolutos de deformação máxima no plano da chapa aumentam.
- Analisando o gráfico $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs distância vemos que a um maior r corresponde um valor de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ mínimo cada vez menor. Na Tabela 3-5 podemos ver o valor da razão das deformações para o qual se dá a tração pura, valor esse que varia com o r .

Tabela 3-5 Comparação entre a razão das deformações e a razão das deformações em tração pura para diferentes valores de r .

r	$\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ mínimo	$\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ (tração pura) = $-r/(r + 1)$	Diferença (%)
1	-0,4821	-0,500	3,58
2	-0,6407	-0,667	3,90
3	-0,7226	-0,750	3,65
4	-0,7745	-0,800	3,19

A fim de se perceber como varia a deformação plástica com a variação de r , foi realizada uma análise ε_{11} vs $1/r$.

Da análise das Fig. 3-13 e Fig. 3-14 vemos que existe uma relação de linearidade entre as deformações e o inverso de r . Na Fig. 3-15 a também vemos que existe uma relação de

linearidade entre o local onde acontece a deformação máxima e o inverso de r , se bem que tem alguns pontos que fogem dessa linearidade. Tal efeito deve-se ao facto de a malha usada nas simulações ser um pouco grosseira, que mesmo assim permite ver que existe uma relação de linearidade.

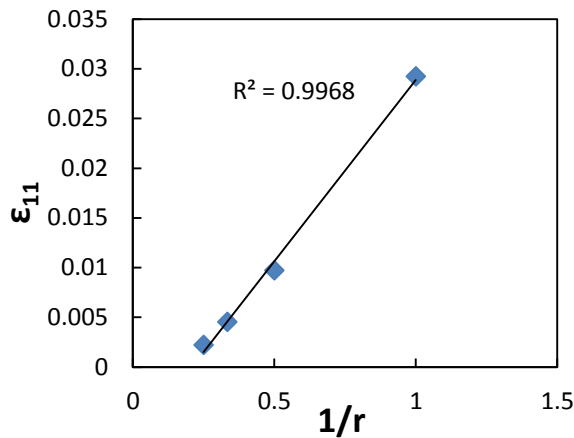


Fig. 3-13 Variação de ϵ_{11} no centro do provete em função de $1/r$.

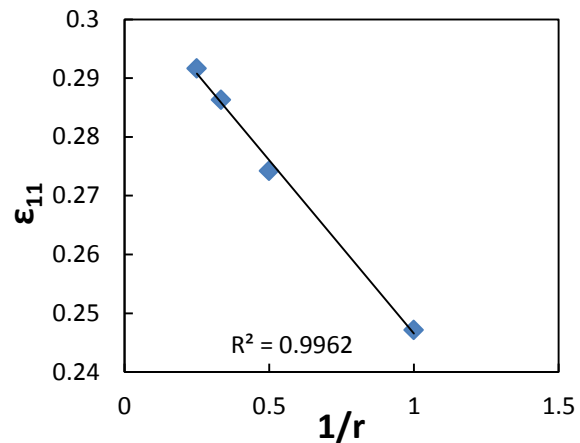


Fig. 3-14 Variação de ϵ_{11} máximo do provete em função de $1/r$.

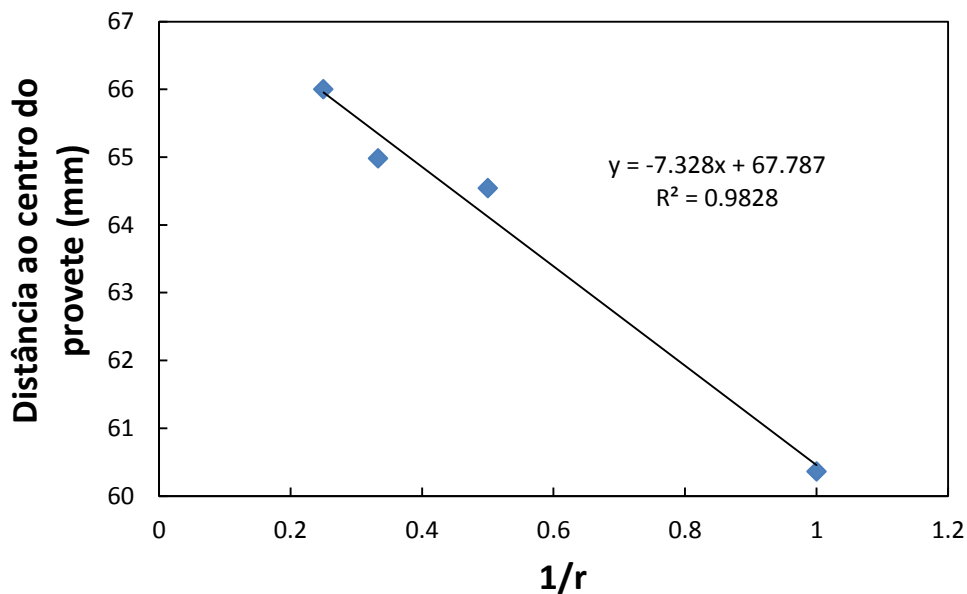


Fig. 3-15 Distância do centro do provete à qual ocorre o ϵ_{11} máximo em função de $1/r$.

3.2.2 Lei do Encruamento

3.2.2.1 Coeficiente de Encruamento, n

De forma a verificar se a linearidade presente nas relações entre as deformações e o inverso de r se mantinha mesmo para diferentes materiais, foram realizadas diferentes simulações em que se varia o coeficiente n da Lei de Swift. Na Fig. 3-16 são apresentadas as

duas curvas de encruamento para uma melhor visualização das diferenças entre os dois materiais.

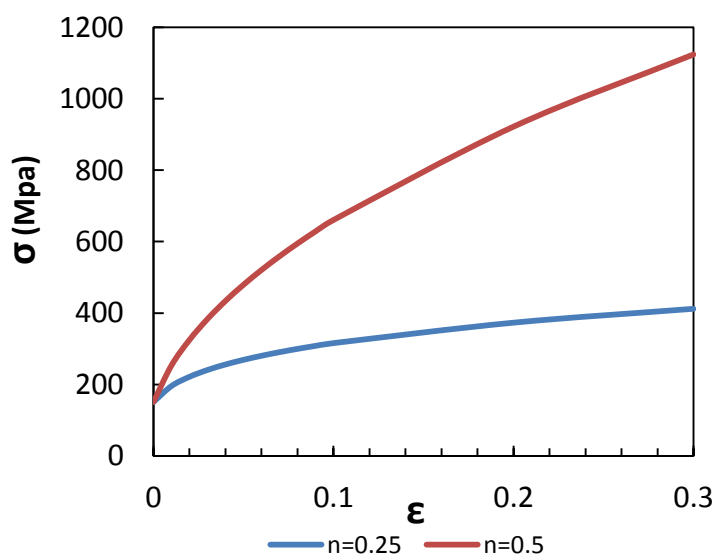


Fig. 3-16 Comparação das curvas σ vs ϵ para diferentes valores de n .

Na Tabela 3-6 são apresentados os parâmetros utilizados nas simulações. São em tudo iguais às simulações já realizadas anteriormente (Tabela 3-4) apenas alterando os valores da lei do encruamento.

Tabela 3-6 Parâmetros usados nas simulações para o material com $n=0,5$

Simulação	r	Hill'48				r_0	r_{45}	r_{90}	Swift($\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^n$)		
		F	G	H	N				k (MPa)	n	ϵ_0
Isotropia	1	0,500	0,500	0,500	1,500	1	1	1	2034	0,5	0,0055
r = 2	2	0,333	0,333	0,667	1,667	2	2	2			
r = 3	3	0,250	0,250	0,750	1,750	3	3	3			
r = 4	4	0,200	0,200	0,800	1,800	4	4	4			

Na Fig. 3-17 são apresentados os valores de deformação ϵ_{11} ao longo da aba do provete, para diferentes valores de r . As simulações foram realizadas com $\Delta l = 35mm$, o que corresponde ao ponto da carga máxima.

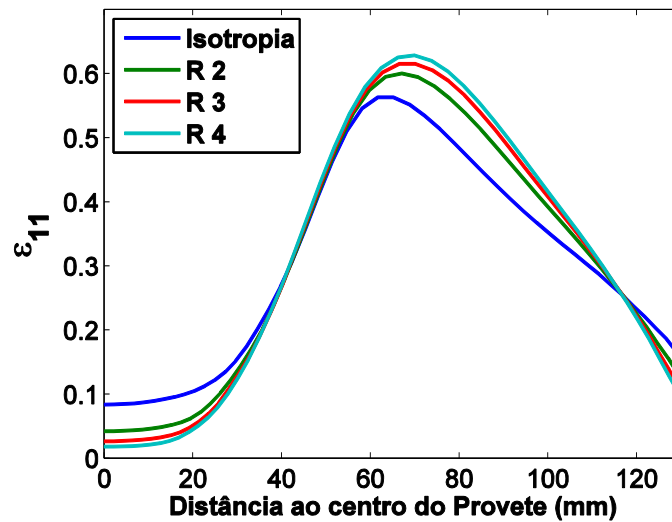


Fig. 3-17 Gráfico deformação vs distância ao centro do provete para diferentes valores de r

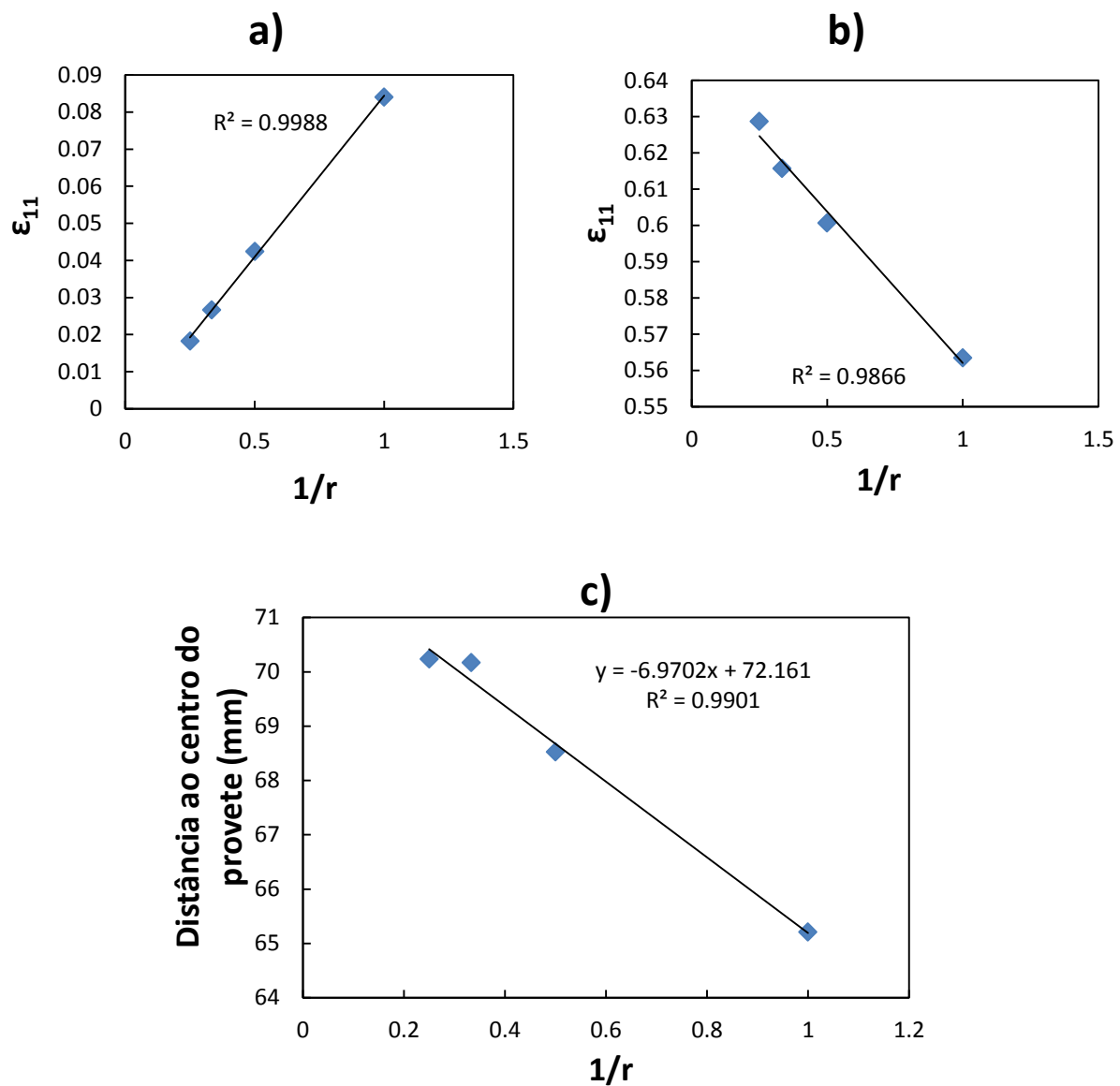


Fig. 3-18 Relações de linearidade, considerando o novo material, entre a) deformação no centro do provete vs $1/r$, b) deformação máxima na aba do provete vs $1/r$, c) Distância ao centro do provete da deformação máxima vs $1/r$.

Como podemos ver na Fig. 3-18, as relações entre as deformações e $1/r$ mantiveram a sua linearidade, mesmo com valores de deformação bem diferentes das registadas para o material inicial, usando um diferente valor de n na lei do encruamento. Em conclusão, a linearidade da relação deformação vs $1/r$ e local onde ocorre o valor máximo vs $1/r$, não é influenciada pelo parâmetro n da lei de Swift.

3.2.2.2 Incremento da Curva de Encruamento, σ

De seguida alterou-se a lei do encruamento, realizando incrementos de 50Mpa e de 100Mpa à curva do material inicial. Na Fig. 3-19 podemos ver as curvas dos três materiais em estudo. Todos os materiais se encontram no estado de isotropia completa (ver Tabela 3-7). O parâmetro que sofreu maior alteração na lei do encruamento foi k , mantendo-se o n com valores muito próximos.

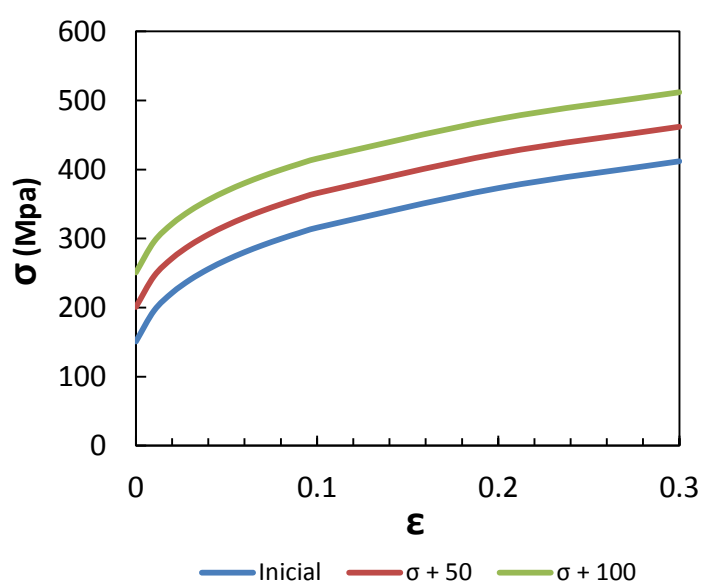


Fig. 3-19 Comparação das curvas σ vs ϵ para diferentes incrementos de σ .

Tabela 3-7 Parâmetros utilizados nas simulações

Simulação	r	Hill'48				r_0	r_{45}	r_{90}	Swift		
		F	G	H	N				k (MPa)	n	ϵ_0
Inicial	1	0,500	0,500	0,500	1,500	1	1	1	554	0,25	0,0055
$\sigma + 50$									602,5	0,223	0,0075
$\sigma + 100$									651,3	0,202	0,0093

Na Fig. 3-20 são apresentados os valores de deformações para as diferentes leis do encruamento descritas na Tabela 3-7. A Fig. 3-20 é composta pelos gráficos deformação vs distância ao centro do provete, *Força vs Δl* , ε_{11} vs ε_{22} e $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs distância ao centro do provete. O estudo foi realizado para um $\Delta l = 12\text{mm}$ que corresponde à força máxima de tração.

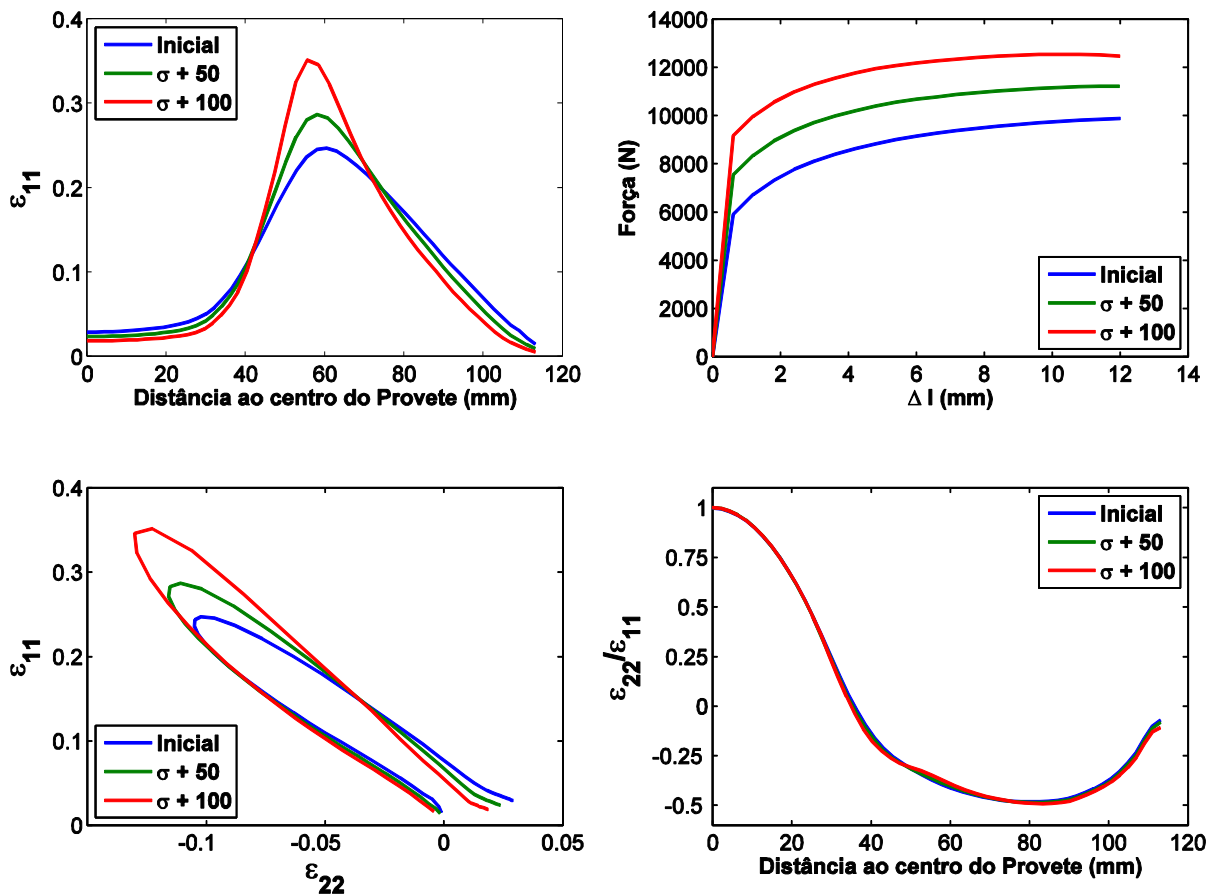


Fig. 3-20 Resultados das deformações em isotropia completa para diferentes parâmetros de encruamento.

Da análise da Fig. 3-20 podemos ver que:

- No gráfico ε_{11} vs distância conclui-se que com o aumento do nível da curva de encruamento do material, o valor de ε_{11} no centro do provete diminui, enquanto que o valor máximo na aba aumenta. O local da aba onde o valor máximo se regista aproxima-se do centro com o aumento da curva de encruamento.
- As curvas de *Força vs Δl* estão de acordo com a evolução das curvas da Fig. 3-19.
- A distribuição ε_{11} vs ε_{22} está de acordo com o gráfico ε_{11} vs distância em que vemos que quanto maior o aumento da curva de encruamento, maior é o aumento do valor das deformações.

- No gráfico $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs *distância* vemos que as trajetórias de deformação são semelhantes para os três casos apesar dos diferentes valores de deformação registados no gráfico ε_{11} vs ε_{22} .

3.2.3 Anisotropia Planar

3.2.3.1 Caso Geral

Uma das consequências da laminagem a frio de chapas metálicas é a existência de anisotropia no plano da chapa. A análise direta não podia estar completa sem que se considerassem também estes casos. De forma a tentar abranger todos os casos e combinações de anisotropia planar, as simulações realizadas numa primeira fase, consideraram que a média dos $r(\alpha)$ era igual a 3, apenas variando os valores de $r(\alpha)$, em que

$$r(\alpha) = \frac{2r_0r_{90} \cos^2 2\alpha + r_{45}(r_0 + r_{90}) \sin^2 2\alpha}{r_0(1 - \cos 2\alpha) + r_{90}(1 + \cos 2\alpha)} \quad (3.8)$$

A lei do encruamento utilizada foi a inicial. Na Tabela 3-8 são apresentadas as simulações a realizar para diferentes distribuições de $r(\alpha)$ no plano da chapa, mantendo $r_{\text{médio}} = 3$. Na Fig. 3-21 são apresentadas as diferentes distribuições possíveis de $r(\alpha)$ no plano da chapa.

Tabela 3-8 Descrição das simulações realizadas e parâmetros do Critério de Hill'48

Simulação	Hill'48				r_0	r_{45}	r_{90}	Swift($\sigma = K(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n$)		
	F	G	H	N				k (MPa)	n	ε_0
(a)	0,250	0,250	0,750	1,750	3	3	3	554	0,25	0,0055
(b)	0,167	0,333	0,667	1,750	2	3	4			
(c1)	0,170	0,333	0,667	1,790	2	3,06	3,92			
(c2)	0,250	0,333	0,667	2,430	2	3,67	2,67			
(c3)	0,333	0,333	0,667	3,000	2	4	2			
(d1)	0,175	0,300	0,700	1,590	2,33	2,85	4			
(d2)	0,188	0,250	0,750	1,320	3	2,52	4			
(d3)	0,200	0,200	0,800	1,000	4	2	4			

A simulação (a) corresponde a uma distribuição de $r(\alpha)$ com isotropia planar. A partir de (a), evoluiu-se para a simulação (b) em que se estipulou $r_0 = 2$ e $r_{90} = 4$. A situação (b) servirá de ponto de partida para dois caminhos diferentes, as simulações de tipo (c) e de tipo (d), em que respetivamente nas simulações de tipo (c) se fixa o valor de $r_0 = 2$ e se vai

diminuindo o valor de r_{90} e nas simulações de tipo (d) fixa-se o valor de $r_{90} = 4$ e vai-se aumentando o valor de r_0 . Na Fig. 3-21 podemos ver graficamente essa evolução.

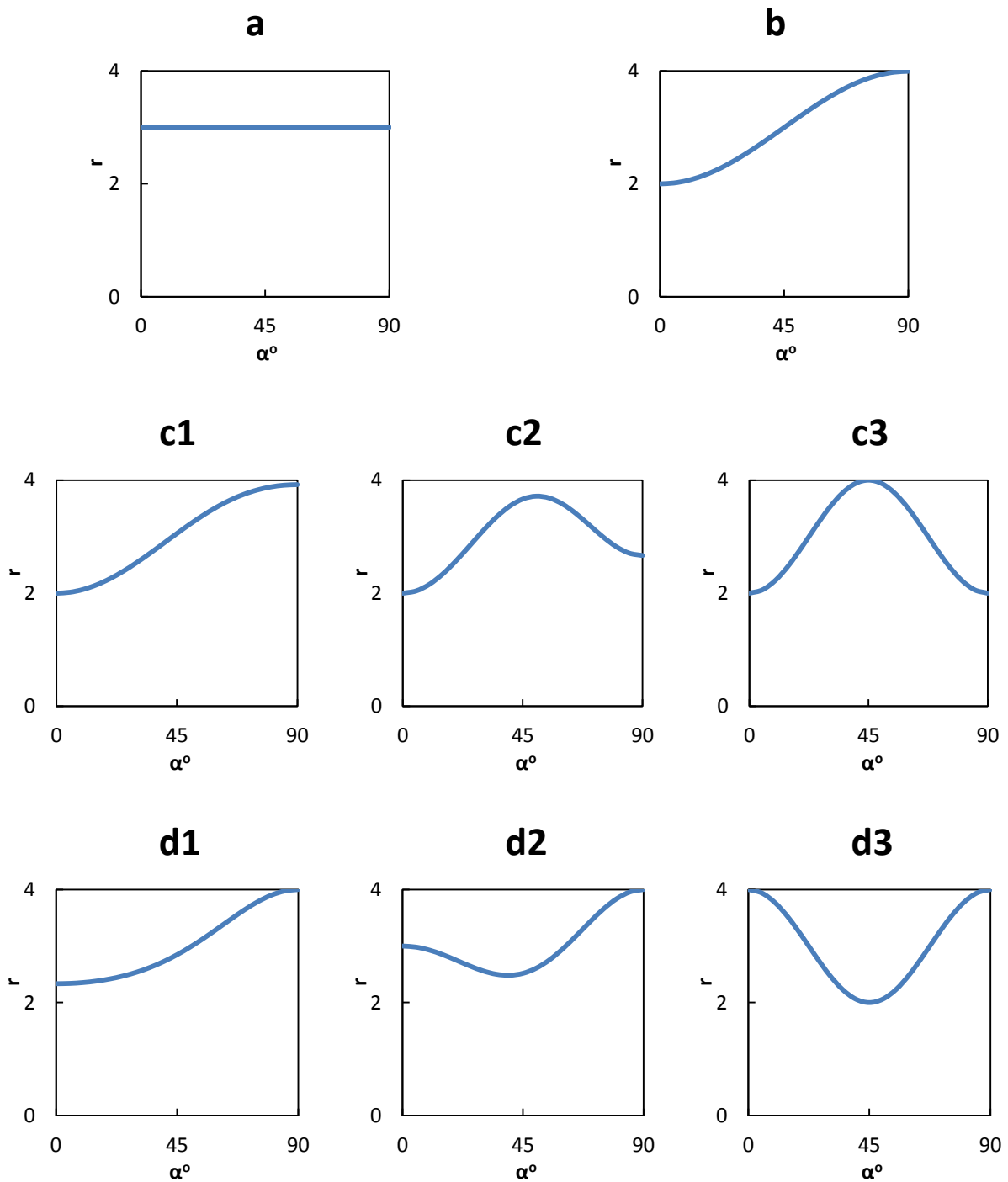


Fig. 3-21 Distribuições de $r(\alpha)$ no plano da chapa utilizadas nas simulações mantendo $r_{\text{médio}}=3$.

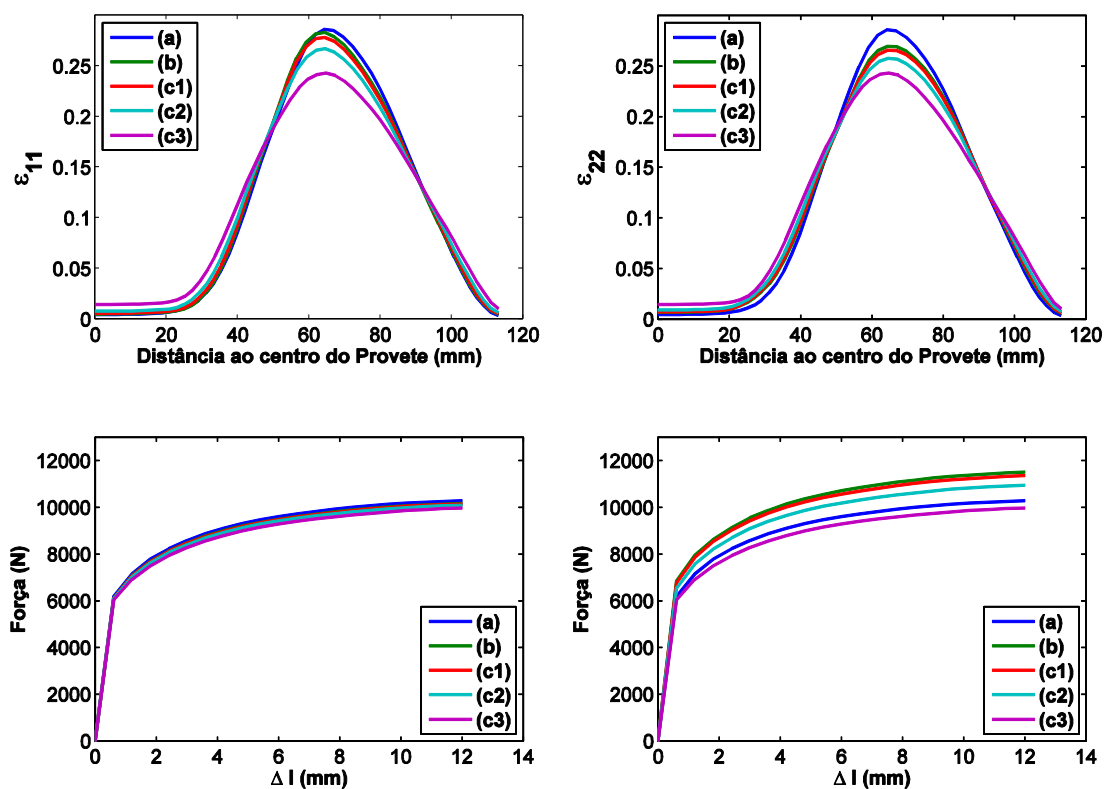


Fig. 3-22 Gráficos de deformação vs distância e Força vs Δl , à esquerda para o eixo Ox e à direita para o eixo Oy.

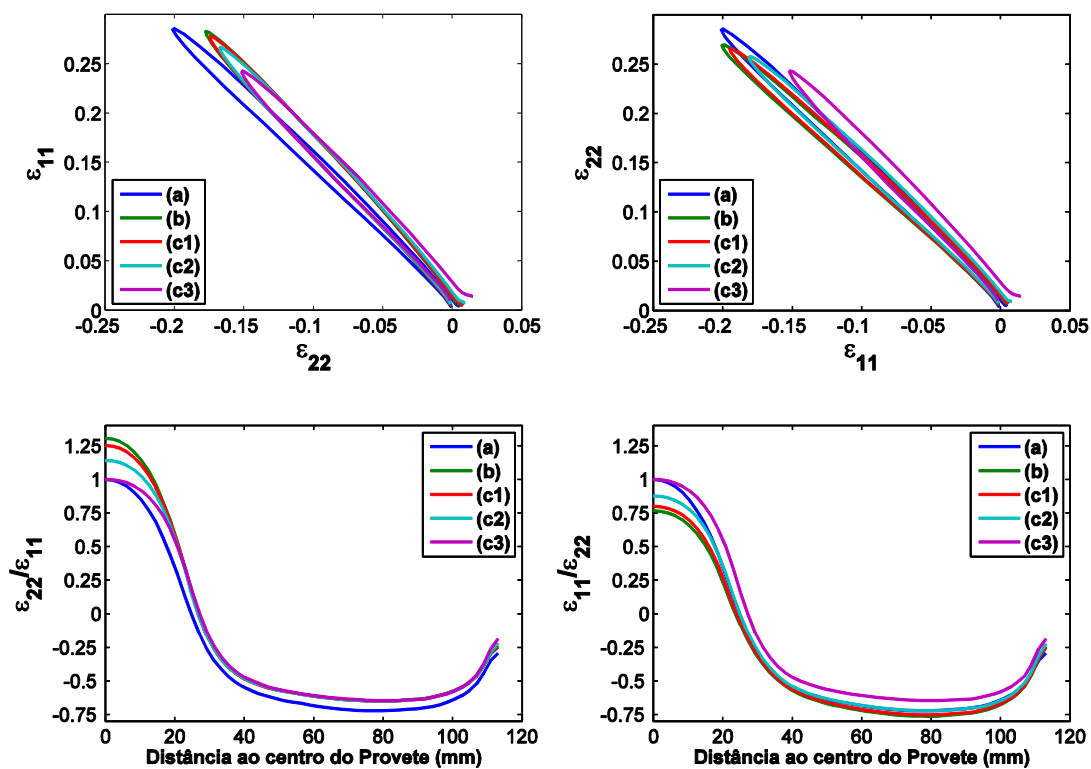


Fig. 3-23 Gráficos de ε_{11} vs ε_{22} e $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs distância, no eixo Ox e de ε_{22} vs ε_{11} e $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$ vs distância, no eixo Oy.

Na Fig. 3-22 e Fig. 3-23 são apresentados os valores de deformações para diferentes tipos de evolução da distribuição de r vs α desde o caso (a) até ao caso (c3) para os eixos Ox e Oy . A Fig. 3-22 apresenta os gráficos deformação vs distância ao centro do provete e *Força vs Δl* para os dois eixos de simetria, Ox e Oy enquanto que a Fig. 3-23 apresenta os gráficos ε_{11} vs ε_{22} e $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs distância ao centro do provete para o eixo Ox e os gráficos ε_{22} vs ε_{11} e $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$ vs distância ao centro do provete para o eixo Oy . O estudo foi realizado para um $\Delta l = 12mm$ que corresponde à força máxima de tração.

Analisando as figuras concluiu-se que:

- No gráfico deformação vs distância ocorrem dois comportamentos distintos que se repetem tanto para o caso do eixo Ox como do eixo Oy . Um dos comportamentos situa-se na zona central do provete ($d < 20mm$) e o outro na zona da aba do provete ($d > 20mm$). Na zona central do provete, onde os pontos se encontram sujeitos a trajetórias de deformação biaxial, o maior valor de deformação acontece para a situação (c3) diminuído sucessivamente até à situação (a). Na zona da aba do provete, local as trajetórias de deformação se assemelham a um ensaio de tração, acontece o oposto do registado na zona central, ou seja, o valor máximo de deformação é registado para o caso (a) e diminui até ao caso (c3).
- No gráfico de *Força vs Δl* verifica-se que para o eixo Ox as diferenças entre as forças são muito menores que no caso do Oy . Isso pode ser explicado devido ao comportamento do σ_0 e do σ_{90} com o critério de Hill'48 que será abordado mais à frente.
- Nos gráficos de ε_{11} vs ε_{22} vemos que no caso do eixo Ox , as trajetórias de deformação são muito parecidas, apenas sendo o caso (a) o único a afastar-se. Na análise do eixo Oy as trajetórias dos diferentes casos são mais dispersas em relação às do eixo Ox .
- A partir da análise dos gráficos $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs distância, percebemos que existem diferenças entre os rácios de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ para os diferentes casos, tanto na zona central do provete, como na zona das abas, sendo as diferenças notoriamente maiores no caso do eixo Oy , resultado de uma maior variação do r_{90} desde o caso (b) até ao caso (c3). O caso (b) é o que apresenta valor mais negativo de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ no caso do eixo Oy , pois é o caso que apresenta maior valor de r_{90} (ver Tabela 3-8). No caso do eixo Ox vemos que os valores de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ para as simulações de (b) a (c3) se encontram sobrepostos, e com valores menos negativos que a

simulação (a), tal facto deve-se ao facto de que o r_0 dos casos (b) a (c3) ser inferior ao do caso (a), e que como já tínhamos visto antes na Fig. 3-12, menores valores de r conduzem a um rácio $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ menos negativo.

Por fim, para descrever as trajetórias de deformações dos casos (a) até (d3) temos as Fig. 3-24 e Fig. 3-25 onde são apresentados os valores de deformações para diferentes tipos de evolução da distribuição de r vs α desde o caso (a) até ao caso (d3) para os eixos Ox e Oy . A Fig. 3-24 apresenta os gráficos deformação vs distância ao centro do provete e *Força vs Δl* para os dois eixos de simetria, Ox e Oy enquanto que a Fig. 3-25 apresenta os gráficos ε_{11} vs ε_{22} e $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs distância ao centro do provete para o eixo Ox e os gráficos ε_{22} vs ε_{11} e $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$ vs distância ao centro do provete para o eixo Oy . O estudo foi realizado para um $\Delta l = 12mm$ que corresponde à força máxima de tração.

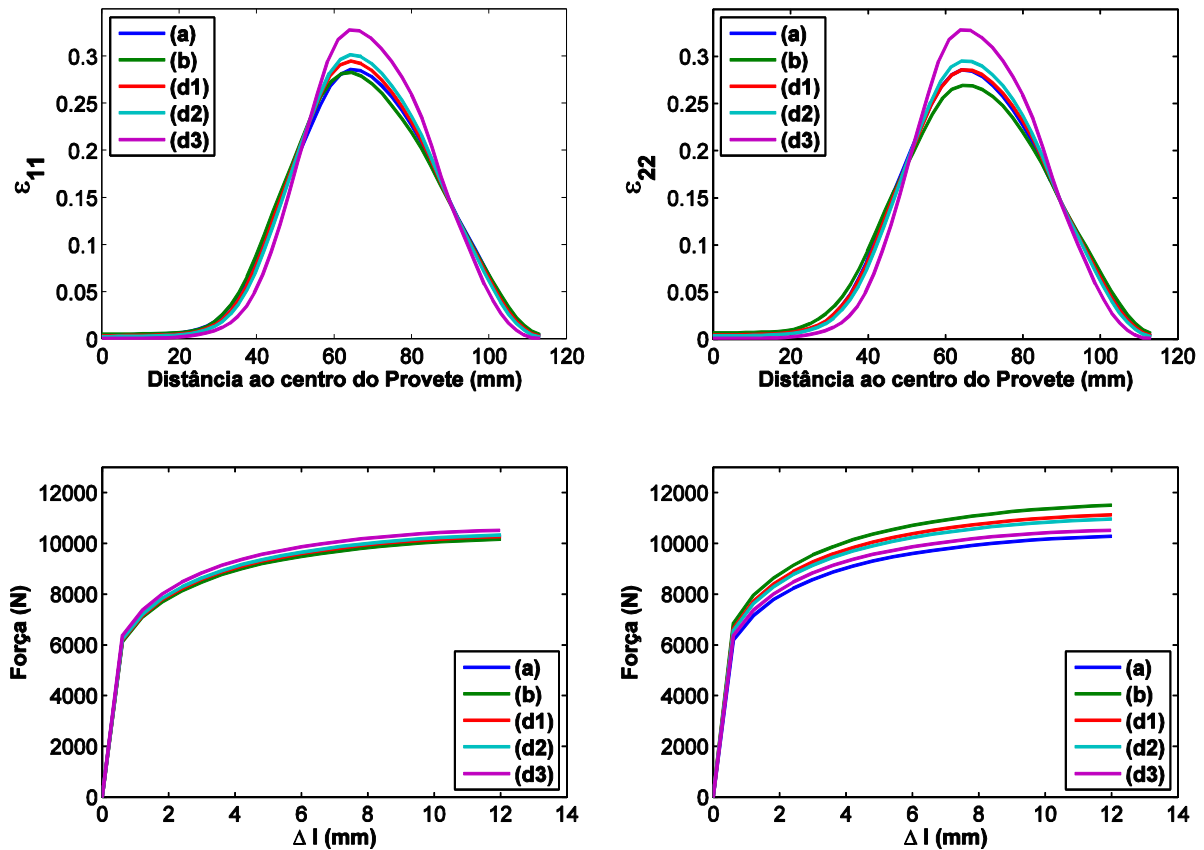


Fig. 3-24 Gráficos de deformação vs distância e Força vs Δl , à esquerda para o eixo Ox e à direita para o eixo Oy .

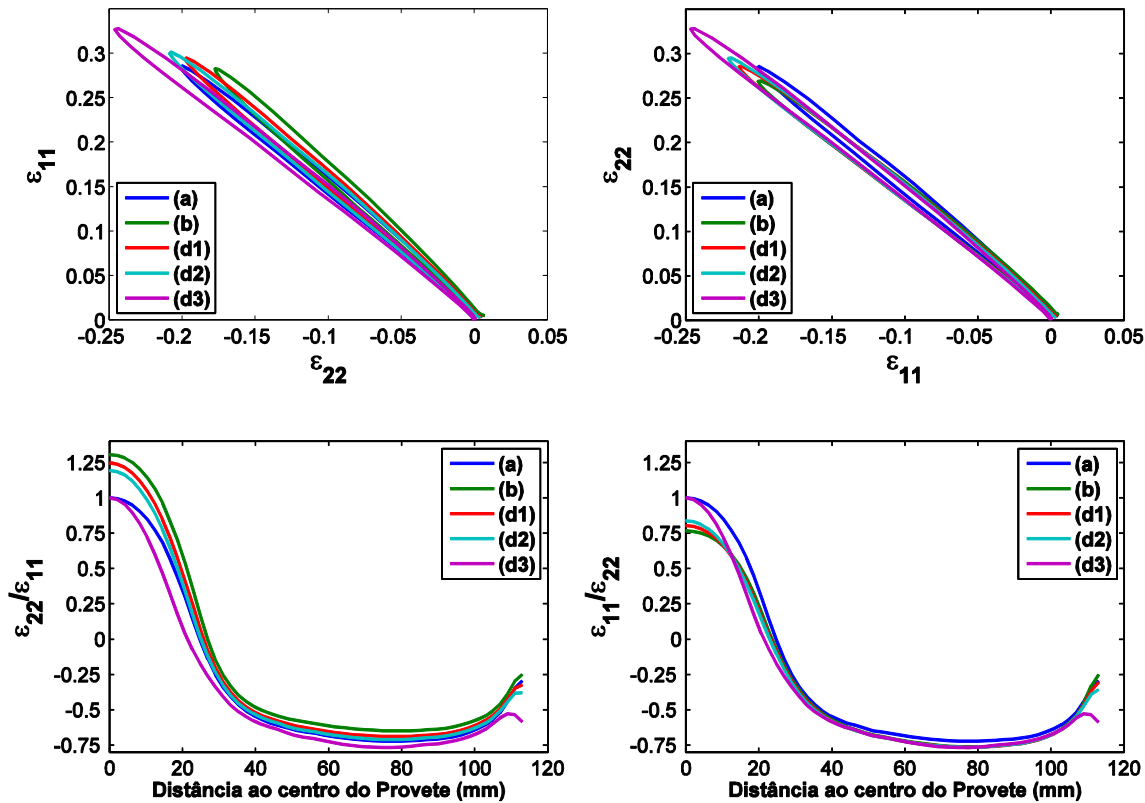


Fig. 3-25 Gráficos de ϵ_{11} vs ϵ_{22} e $\epsilon_{22}/\epsilon_{11}$ vs distância, no eixo Ox e de ϵ_{22} vs ϵ_{11} e $\epsilon_{11}/\epsilon_{22}$ vs distância, no eixo Oy.

Analisando as figuras concluiu-se que:

- No gráfico deformação vs distância ocorrem dois comportamentos distintos que se repetem tanto para o caso do eixo Ox como do eixo Oy . Um dos comportamentos situa-se na zona central do provete ($d < 20mm$) e o outro na zona da aba do provete ($d > 20mm$). Na zona central do provete, onde os pontos se encontram sujeitos a trajetórias de deformação biaxial, o maior valor de deformação acontece para a situação (b) apesar de nesta zona não existir uma grande diferença nos valores de deformação para cada caso. Na zona da aba do provete, local as trajetórias de deformação se assemelham a um ensaio de tração, o valor máximo de deformação é registado para o caso (d3) e diminui sucessivamente até ao caso (d1). O caso (b) é o que apresenta menor valor de deformação máxima. Analisando o mesmo gráfico mas no eixo Oy vemos que se assemelha ao caso do eixo Ox excepto que a curva (d1) se sobrepõe à curva (a).
- No gráfico de *Força vs Δl* verifica-se que para o eixo Ox as diferenças entre as forças são muito menores que no caso do Oy . Isso pode ser explicado devido ao comportamento do σ_0 e do σ_{90} com o critério de Hill'48 que será abordado mais à frente.

- Nos gráficos de ε_{11} vs ε_{22} vemos que no caso do eixo Oy , as trajetórias de deformação são muito parecidas, apenas sendo o caso (a) o único a afastar-se. Na análise do eixo Ox as trajetórias dos diferentes casos são mais dispersas em relação às do eixo Oy .
- A partir da análise dos gráficos $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs distância, percebemos que existem diferenças entre os rácios de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ para os diferentes casos, tanto na zona central do provete, como na zona das abas, sendo as diferenças notoriamente maiores no caso do eixo Ox , resultado de uma maior variação do r_0 desde o caso (b) até ao caso (d3). O caso (d3) é o que apresenta valor mais negativo de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ no caso do eixo Ox , pois é o caso que apresenta maior valor de r_0 (ver Tabela 3-8). No caso do eixo Oy vemos que os valores de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ para as simulações de (b) a (d3) se encontram sobrepostos, e com valores mais negativos que a simulação (a), tal facto deve-se ao facto de que o r_{90} dos casos (b) a (d3) ser maior do que o do caso (a), e que como já tínhamos visto antes na Fig. 3-12, maiores valores de r conduzem a um rácio $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ mais negativo.

Analizando agora com mais atenção as diferenças nos gráficos *Força vs Δl* dos casos do eixo Ox e do eixo Oy das Fig. 3-22 e Fig. 3-24, e continuando a análise já iniciada anteriormente acerca das diferenças entre os valores de força para o caso do eixo Ox e o caso do eixo Oy , a razão de tal diferença de valores entre os dois eixos, está relacionada com os valores de σ_0 e de σ_{90} serem influenciados pelo critério de Hill'48. Todos os casos considerados nesta análise, cumprem a condição $G + H = 1$, o que significa que a tensão limite elasticidade da chapa para $\alpha = 0^\circ$ é a mesma em todos os casos. Através da análise do critério de Hill'48, conclui-se que a tensão limite elasticidade da chapa para $\alpha = 90^\circ$ varia de forma linear com $(F + H)^{-1/2}$.

Tabela 3-9 Rácio σ_{90}/σ_0 para os diferentes casos de distribuição de $r(\alpha)$ no plano da chapa.

Simulação	$\sigma_{90}/\sigma_0 = (F + H)^{-1/2}$
(a)	1,000
(b)	1,095
(c1)	1,093
(c2)	1,044
(c3)	1,000
(d1)	1,069
(d2)	1,033
(d3)	1,000

Assim sendo, com base na Tabela 3-9 podemos dizer que se espera que as maiores diferenças de força no eixo Oy sejam para as simulações (b), (c1) e (d1), o que se confirma nas Fig. 3-22 e Fig. 3-24.

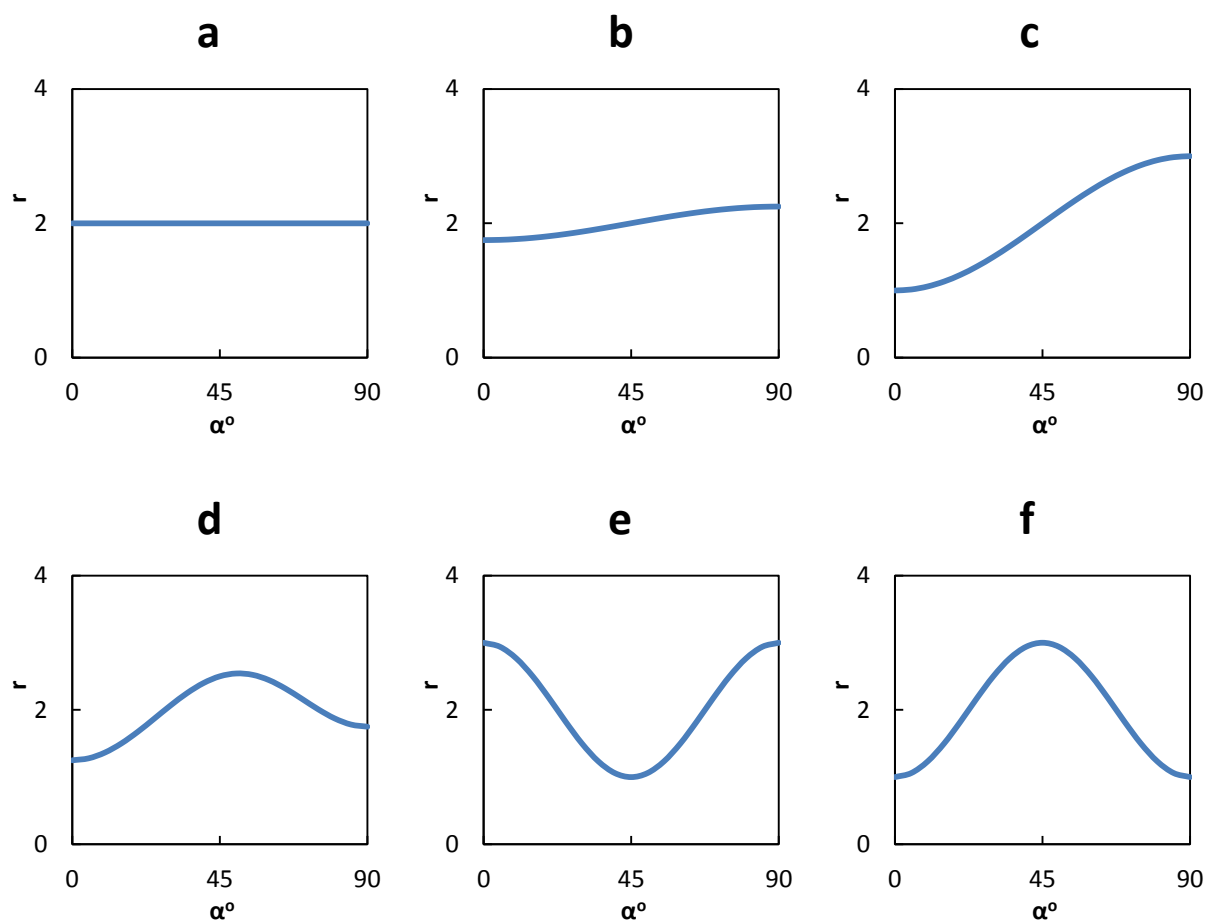
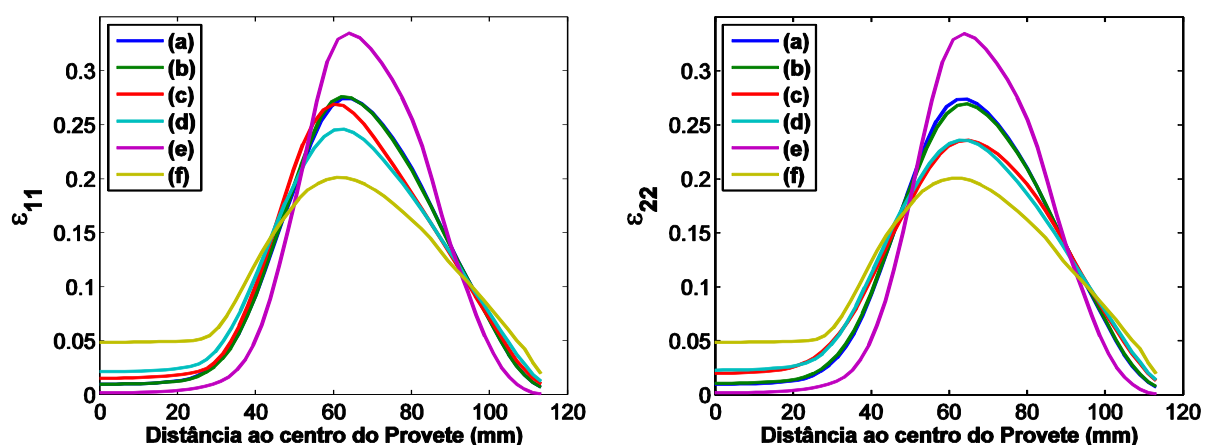
Conclui-se também, com base nas Fig. 3-22 e Fig. 3-24 que a distância ao centro onde ocorre o valor máximo de deformação, em qualquer um dos eixos Ox ou Oy não se parece alterar quando analisamos as diferentes simulações realizadas, ou seja não depende da distribuição de $r(\alpha)$ para o mesmo $r_{médio}$ no plano da chapa. Como teste fizeram-se mais algumas simulações com alguns casos de anisotropia no plano da chapa mas desta vez com $r_{médio} = 2$.

Tabela 3-10 Simulações realizadas para $r_{médio}=2$ e parâmetros do critério de Hill'48.

Simulação	Hill'48				r_0	r_{45}	r_{90}	Swift($\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^n$)		
	F	G	H	N				k (MPa)	n	ϵ_0
(a)	0,333	0,333	0,667	1,667	2	2	2	554	0,25	0,0055
(b)	0,283	0,364	0,636	1,617	1,75	2	2,25			
(c)	0,167	0,500	0,500	1,667	1	2	3			
(d)	0,317	0,444	0,556	2,286	1,25	2,5	1,75			
(e)	0,250	0,250	0,750	0,750	3	1	3			
(f)	0,500	0,500	0,500	3,5	1	3	1			

Na Fig. 3-26 são apresentadas as diferentes distribuições de $r(\alpha)$ no plano da chapa relativas às simulações da Tabela 3-10.

Na Fig. 3-27 apresentam-se os resultados de deformação vs distância ao centro do provete, para o eixo Ox e Oy do mesmo. Todas as simulações foram realizadas para $\Delta l = 12mm$. Também para os casos de $r_{médio} = 2$ se verifica que as deformações máximas ocorrem sensivelmente à mesma distância do centro do provete tanto no eixo Ox como no Oy .


 Fig. 3-26 Diferentes tipos de distribuição de $r(\alpha)$ no plano da chapa com $r_{\text{médio}}=2$.

 Fig. 3-27 Comparação entre a deformação segundo Ox à esquerda e Oy à direita para os diferentes casos de distribuição de $r(\alpha)$ no plano da chapa.

Na Tabela 3-11 apresentam-se os valores de distância ao centro do provete, tanto para o eixo de simetria Ox como para o eixo Oy , à qual ocorre a deformação máxima e o respectivo valor médio \overline{Dist} para todos os casos já estudados anteriormente de $r_{\text{médio}} = 3$ e $r_{\text{médio}} = 2$. Para facilitar a comparação, é também calculada a diferença percentual de cada caso em

relação ao caso (a) correspondente ao mesmo $r_{\text{médio}}$. Como podemos observar a diferença percentual é bastante pequena com excepção do caso (d3) e do caso (f) em que a diferença percentual relativa é mais elevada que os outros casos, facto que é justificável pelo grau de refinamento de malha que está a ser utilizada, que por ser mais grosseira, pode introduzir este tipo de erros.

Tabela 3-11 Distância ao centro onde ocorre o máximo valor de deformação para os dois eixos de simetria.

	Simulação	Dist Ox	Dist Oy	\overline{Dist}	Diferença (%) em relação ao caso (a)
$r_{\text{médio}} = 3$	(a)	64,18	64,18	64,18	
	(b)	64,35	64,31	64,33	0,23
	(c1)	64,39	64,34	64,37	0,29
	(c2)	64,49	64,45	64,47	0,45
	(c3)	64,71	64,71	64,71	0,82
	(d1)	64,15	64,15	64,15	-0,05
	(d2)	64,05	64,04	64,05	-0,21
	(d3)	61,20	61,20	61,20	-4,64
$r_{\text{médio}} = 2$	(a)	62,31	63,32	62,82	
	(b)	62,15	62,39	62,27	-0,87
	(c)	61,09	64,63	62,86	0,07
	(d)	59,94	62,44	61,19	-2,59
	(e)	63,81	63,81	63,81	1,58
	(f)	60,92	60,92	60,92	-3,02

A relação de linearidade entre a distância de deformação máxima na aba do provete e $1/r$ que já tinha sido comprovada na Fig. 3-15 mostrava que para diferentes tipos de distribuições de $r(\alpha)$ no plano da chapa com o mesmo $r_{\text{médio}}$, os pontos materiais onde ocorria a deformação máxima nas abas, tanto no eixo Ox como no eixo Oy , eram os mesmos. Portanto nos casos de anisotropia, essa linearidade também se vai verificar entre \overline{Dist} e o $r_{\text{médio}}$.

3.2.3.2 Estudo da variação do r_{45}

Vamos realizar um estudo sobre o efeito da variação do r_{45} nos valores de deformação ao longo das abas do provete e na evolução da *Força vs Δl* para os eixos de simetria Ox e Oy . Na Tabela 3-12 são apresentados os valores usados no critério de plasticidade, bem como na lei de encruamento.

Tabela 3-12 Parâmetros usados no critério de Hill'48 para o estudo da variação do r_{45} .

Simulação	Hill'48				r_0	r_{45}	r_{90}	Swift($\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^n$)		
	F	G	H	N				k (MPa)	n	ϵ_0
(a)	0,222	0,333	0,667	1,667	2	2,5	3	554	0,25	0,0055
(b)				1,945		3				
(c)				2,225		3,5				
(d)				2,500		4				
(e)				2,778		4,5				

Na Fig. 3-28 são apresentadas as distribuições de $r(\alpha)$ no plano da chapa, utilizadas nesta análise. Os valores de r_0 e r_{90} mantêm-se constantes e iguais a 2 e 3 respetivamente, enquanto que o valor de r_{45} varia de forma crescente desde 2,5 no caso (a) até 4,5 no caso (e).

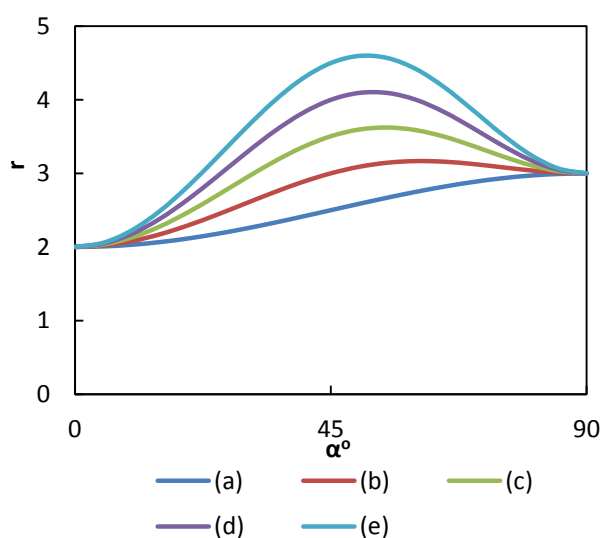


Fig. 3-28 Distribuição de $r(\alpha)$ no plano da chapa para as simulações efectuadas.

Por fim, para descrever as trajetórias de deformações nas abas dos casos (a) até (e) temos a Fig. 3-29 onde são apresentados os valores de deformações na aba do provete para diferentes tipos de evolução da distribuição de r vs α desde o caso (a) até ao caso (e) para os

eixos Ox e Oy . Na mesma figura (Fig. 3-29) é também feita uma análise mais detalhada à zona da deformação máxima, a fim de ser mais visível as diferenças entre os casos analisados. A Fig. 3-30 apresenta os gráficos *Força vs Δl* para os dois eixos de simetria, Ox e Oy . O estudo foi realizado para um $\Delta l = 12\text{mm}$ que corresponde à força máxima de tração.

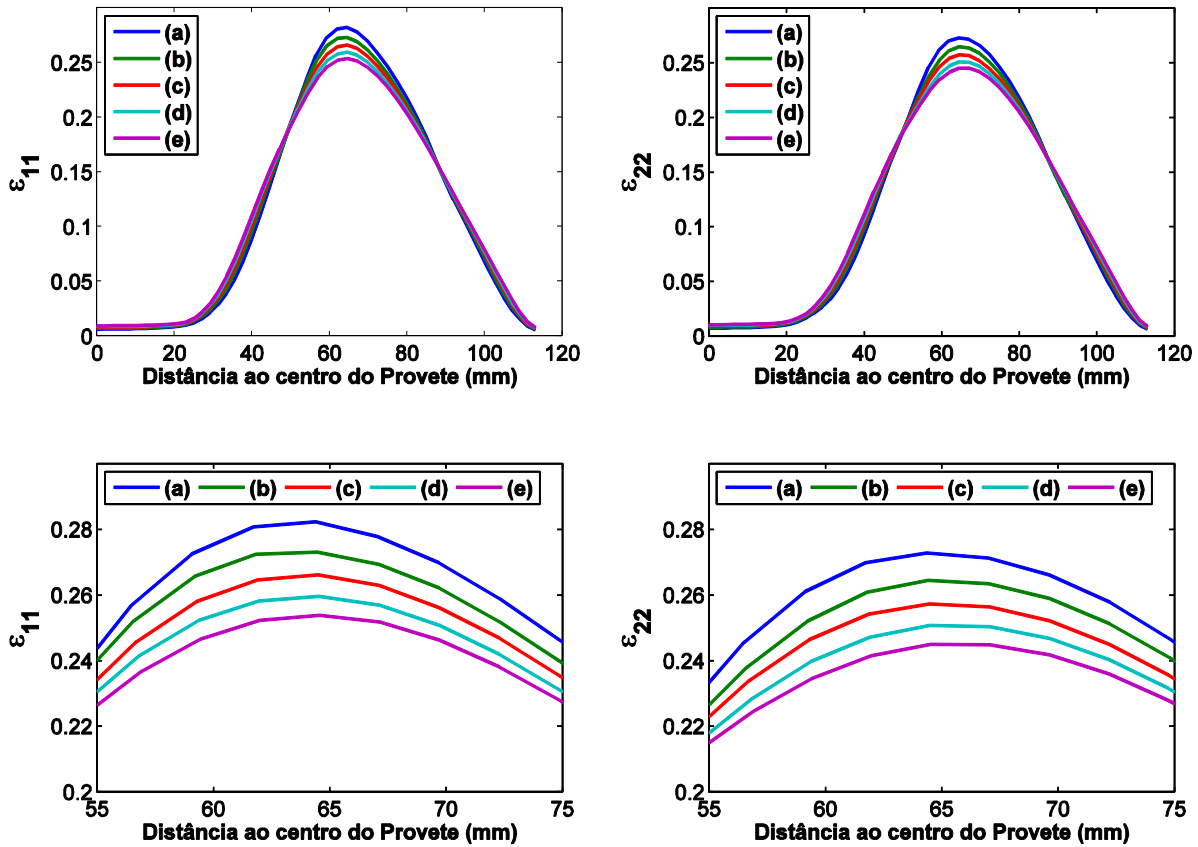


Fig. 3-29 Gráficos de deformação vs distância, à esquerda para o eixo Ox , à direita para o eixo Oy .

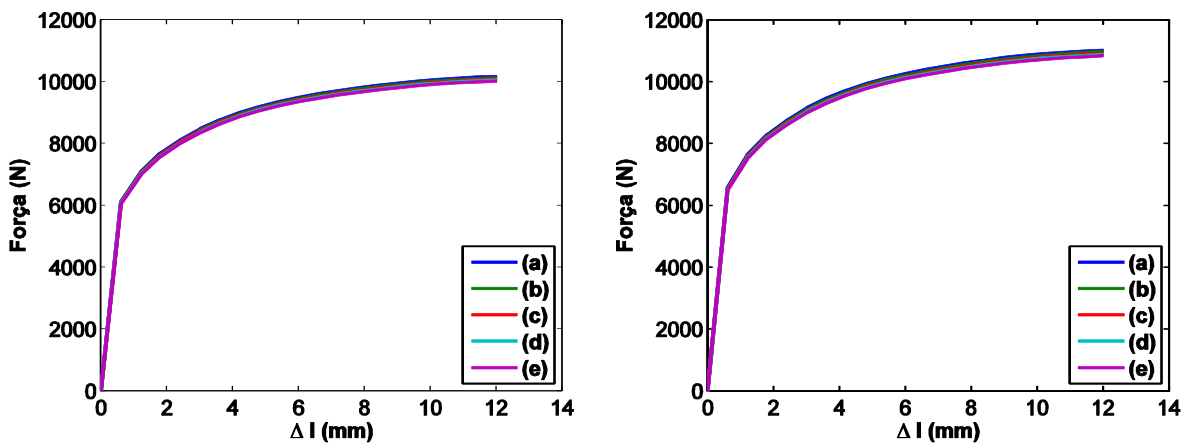


Fig. 3-30 Gráficos Força vs Δl , à esquerda para o eixo Ox , à direita para o eixo Oy .

Analisando a Fig. 3-29 vemos que a distribuição da deformação ao longo das abas é semelhante para todos os casos. A única zona onde podemos ver que as curvas se afastam umas das outras é na zona de deformação máxima, portanto podemos dizer que o valor de r_{45} influencia o valor máximo de deformação na aba, bem como o local onde esse valor máximo ocorre, pois parece que com o aumento do valor de r_{45} , o local do valor máximo de deformação se afasta do centro do provete.

Na Fig. 3-30 vemos que os gráficos *Força vs Δl* não são influenciados pelo valor de r_{45} o que vai ao encontro do que já se tinha concluído antes na Fig. 3-22, que os valores de força apenas são influenciados pelos valores de r_0 ou r_{90} , que não estão a ser variados nesta análise.

3.2.3.3 Relação entre as deformações nas abas do provete cruciforme e as deformações num ensaio de tração uniaxial

Como vimos nas secções anteriores, existem pontos das abas do provete, onde a razão $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ se aproxima de valores próximos dos encontrados em tração pura, nomeadamente quando a razão $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ atinge os valores mínimos. Tal acontece devido à geometria das próprias abas do provete, que é parecida com a geometria de um provete utilizado em ensaios de tração uniaxial, apenas variando ligeiramente a secção transversal desde o centro até à extremidade das abas em relação a estes últimos. Assim sendo é de todo conveniente analisar as trajetórias de deformação nas abas do provete (tanto no eixo Ox como no eixo Oy) principalmente as zonas onde ocorre o valor mínimo de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ (e $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$ no caso do eixo Oy), e relacionar estas trajetórias com as encontradas num ensaio de tração uniaxial com provetes cortados segundo Ox e Oy .

Para facilitar a comparação definiu-se r^* pela equação seguinte (para o eixo Ox , sendo que para o eixo Oy em vez de se usar $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$, usamos $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$):

$$r^* = -\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}} \left/ \left[\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}} + 1 \right] \right. \quad (3.9)$$

em que os valores de deformação são obtidos a partir do ensaio de tração biaxial do provete cruciforme, nos pontos onde a razão $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ ($\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$ no caso do eixo Oy) atinge os valores mínimos no eixo Ox e no eixo Oy , ou seja r_0^* e r_{90}^* respetivamente.

Desta forma, ao compararmos r_0^* e r_{90}^* com r_0 e r_{90} , estamos indiretamente a comparar as trajetórias de deformação obtidas, com as trajetórias de deformação de um ensaio de tração uniaxial do mesmo material. Inicialmente começou-se por analisar os casos de isotropia no plano da chapa (Secção 3.2.1) com $r = 1, 2, 3$ e 4 respetivamente. Na Fig. 3-31 é apresentada a diferença relativa entre r e r^* em função de r e podemos também ver que obedecem à relação logarítmica apresentada no gráfico.

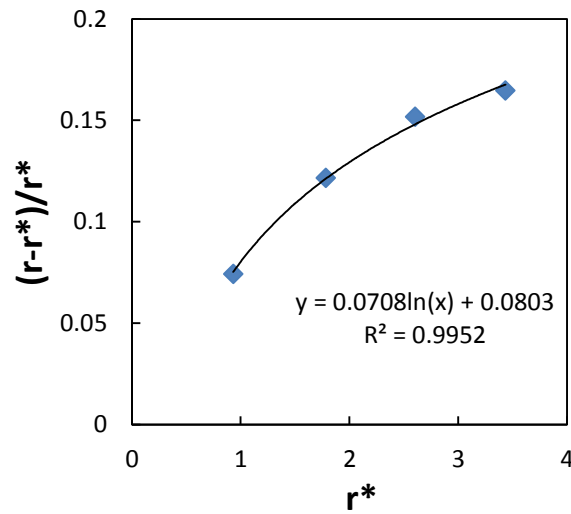


Fig. 3-31 Diferenças relativas entre r e r^* para diferentes valores de r^* no caso de isotropia planar.

A fim de analisar se nos casos de anisotropia planar também se verificava esta relação entre r_0^* e r_0 e entre r_{90}^* e r_{90} , analisaram-se os casos já estudados anteriormente na secção 3.2.3.1 (ver Tabela 3-8) com $r_{\text{médio}} = 3$. Os valores de r_0^* e r_{90}^* são obtidos utilizando a relação $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ (ou $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$ no caso de r_{90}^*) do gráfico $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs distância (ou $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$ vs distância no caso de r_{90}^*) da Fig. 3-23 e Fig. 3-25. Utilizando depois a linha de tendência da Fig. 3-31 determinamos r'_0 e r'_{90} que são os valores de r_0 e r_{90} respetivamente, estimados a partir dos valores de r_0^* e r_{90}^* (que são calculados utilizando valores lidos do provete cruciforme, realizando assim uma extrapolação entre os valores de r_0 e r_{90} obtidos no ensaio cruciforme e os que normalmente são obtidos recorrendo a ensaios de tração uniaxial).

Na Tabela 3-13 são apresentados os valores de r_0 e r_{90} , r_0^* e r_{90}^* e r'_0 e r'_{90} bem como as diferenças relativas entre os valores de r calculados a partir das deformações do provete cruciforme (r_0^* e r_{90}^*) e as valores estimados (r'_0 e r'_{90}) e os valores reais (r_0 e r_{90}).

As diferenças relativas em média entre r_0 e r'_0 , e r_{90} e r'_{90} são bastante baixas em comparação com as diferenças entre r_0 e r_0^* , e r_{90} e r_{90}^* permitindo-nos assim, utilizando o provete biaxial estimar os coeficiente de anisotropia r_0 e r_{90} .

De forma a verificar se esta forma de estimar os coeficientes de anisotropia é afectada pela lei do encruamento, realizou-se o mesmo estudo mas agora comparando materiais com diferentes parâmetros da lei de Swift em isotropia planar. Os materiais utilizados são os mesmos já utilizados nas secções 3.2.2.1 e 3.2.2.2.

Tabela 3-13 Diferenças relativas entre r , r^* e r' .

Caso	Razão de Anisotropia r		$r^* = \frac{\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11} + 1}$		Diferença Relativa entre (%)		Razão de Anisotropia r'		Diferença Relativa entre (%)	
	r_0	r_{90}	r_0^*	r_{90}^*	r_0 e r_0^*	r_{90} e r_{90}^*	r'_0	r'_{90}	r_0 e r'_0	r_{90} e r'_{90}
(b)	2	4	1,864	3,228	7,3	23,7	2,095	3,755	-4,6	6,3
(c1)	2	3,922	1,855	3,058	7,8	28,2	2,085	3,546	-4,1	10,6
(c2)	2	2,667	1,853	2,615	7,9	2,0	2,083	3,003	-4,0	-11,2
(c3)	2	2	1,833	1,834	9,1	9,0	2,059	2,061	-2,9	-3,0
(d1)	2,333	4	2,227	3,270	4,8	22,3	2,532	3,807	-7,8	5,1
(d2)	3	4	2,460	3,274	21,9	22,2	2,815	3,811	6,6	5,0
(d3)	4	4	3,297	3,297	21,3	21,3	3,841	3,841	4,1	4,1

Na Tabela 3-14 são indicados os parâmetros da lei do encruamento de cada um dos materiais em estudo.

Tabela 3-14 Parâmetros da lei do encruamento dos materiais em estudo.

Material	K (Mpa)	n	ε_0
Mat1	554	0,25	0,0055
Mat2	2034	0,5	0,0055
Mat3	602,5	0,223	0,0075

Na Fig. 3-32 são apresentadas as diferenças relativas entre r e r^* em função de r , em isotropia planar para os diferentes materiais apresentados na Tabela 3-14. São também apresentadas as regressões logarítmicas para cada um dos materiais. As regressões logarítmicas relativas ao material Mat1 e o Mat3 são as que mais se aproximam, o que indica que o valor de ε_0 não é importante na relação $(r - r^*)/r^*$ vs r^* . Analisando os dois casos cuja regressão logarítmica se afasta mais (Mat1 e Mat2), vemos que o valor de K e de n da lei de encruamento varia bastante de um material para o outro, portanto são esses os parâmetros da lei de Swift que mais influenciam a relação $(r - r^*)/r^*$ vs r^* .

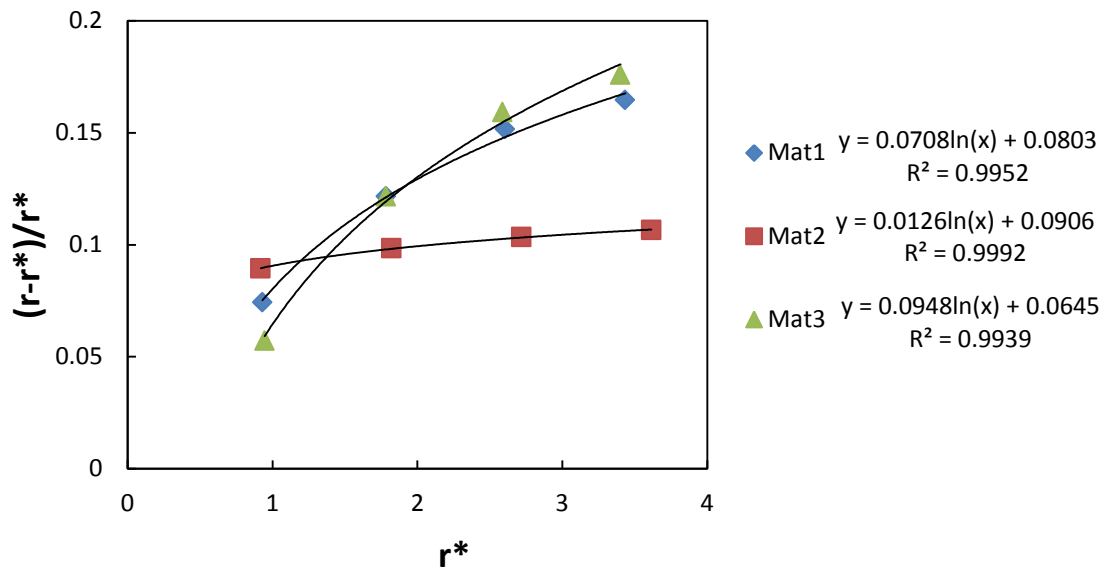


Fig. 3-32 Diferenças relativas entre r e r^* para diferentes valores de r^* no caso de isotropia planar usando os materiais da Tabela 3-14.

3.3 Análise Inversa

3.3.1 Algoritmo da análise inversa

No capítulo anterior, através da utilização de um provete cruciforme, foi possível realizar uma análise direta que nos permite agora desenvolver um algoritmo de análise inversa para a determinação dos parâmetros dos modelos constitutivos do material do material que estiver a ser analisado.

É assumido o conhecimento do módulo de Young ($E = 210\text{GPa}$) e o coeficiente de Poisson do material ($\nu = 0,3$), que são indispensáveis para a descrição do comportamento elástico do material, uma vez que o algoritmo de análise inversa é baseado em simulações numéricas. Assume-se ainda que o comportamento plástico do material é descrito pelo critério de Hill'48 e pela lei do encruamento isotrópico de Swift, e que o coeficiente de anisotropia do material no plano da chapa, é sempre maior que 1, pois todos os materiais utilizados na análise direta estavam limitados a essa condicionante. É também assumido que se conhecem os parâmetros iniciais da lei do encruamento do material. Tais parâmetros podem ser facilmente obtidos recorrendo a um ensaio de tração uniaxial na direcção de laminagem da chapa.

Para a realização deste algoritmo temos que ter em conta que o próprio algoritmo sofre alterações consoante os resultados que forem aparecendo na sua execução, ou seja o algoritmo adapta-se a cada caso.

Como metodologia a aplicar no algoritmo, e usando a base definida em Prates (2010), temos:

1. Determinação através de um ensaio experimental dos parâmetros da lei de encruamento do material (ensaio de tração uniaxial na direcção de laminagem da chapa).
2. Utilizando um provete cruciforme, determinação experimental dos gráficos Força vs Δl , ε_{11} vs *distância*, e $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs *distância* para o eixo Ox . (Repetir para o eixo Oy mas utilizando as deformações dessa direcção)

2.1.- CASO A – Os valores de deformação lidos do ensaio biaxial do provete cruciforme coincidem em Ox e em Oy . O material apresenta isotropia planar ou $r_0 = r_{90}$ sendo o r_{45} o valor máximo ou mínimo da distribuição de $r(\alpha)$.

2.2.- CASO B – Os valores das deformações em Ox e em Oy não são coincidentes.

3. Realização de simulações numéricas em isotropia planar, alterando o valor de r (1,2,3,4).
 - 3.1.- Determinação da regressão linear distância vs $1/r$ para os parâmetros da lei do encruamento inicial.
 - 3.2.- 1ª Estimativa:
 - 3.2.1. CASO A – Determinação da distância ao centro do provete onde ocorre o valor máximo de deformação experimental d_{exp} e recorrendo a uma regressão linear, calcula-se o de $r_{médio}$.
 - 3.2.2. CASO B:
 - 3.2.2.1. Utilizando a média das distâncias d em Ox e Oy determinam-se o valor d_{exp} , e por regressão linear obtemos valor de $r_{médio}$.
 - 3.2.2.2. Determinação do valor mínimo de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ experimental em Ox ($\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$ em Oy) para o cálculo de r_0 e r_{90} com a equação $r = -[\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}]/[\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11} + 1]$.
4. Realização com a 1ª Estimativa para os parâmetros do critério de Hill'48, recorrendo à simulação numérica.
 - 4.1.– Realização de um comparativo dos gráficos *Força vs Δl* para a verificação da lei do encruamento:
 - 4.1.1. Se $F_{exp} \neq F(1^a \text{ Estimativa})$ é fundamental ajustar a aproximação antes de se prosseguir com o algoritmo:
 - 4.1.1.1. Se $F_{exp} > F(1^a \text{ Estimativa})$ deve-se aumentar o valor global da tensão. Caso contrário deve ser reduzido. Devem ser aplicados incrementos ou decrementos na distribuição da tensão, sem alterar o valor de n , até o valor de força máxima do experimental e da 1ª Estimativa estejam próximos.
 - 4.1.1.2. Se o deslocamento relativo à carga máxima experimental Δl_{exp}^{max} for maior do que o deslocamento Δl^{max} da 1ª Estimativa o valor de n deve ser aumentado, caso contrário deve-se diminuir. Devemos continuar com este procedimento até o valor do deslocamento se ajustar para a carga máxima.

- 4.1.1.3. Se $F_{exp} > F$ (1ª Estimativa) apenas num intervalo muito reduzido de Δl deve-se diminuir o valor de σ_0 , caso contrário deve-se aumentar.
- 4.1.2. Se $F_{exp} \sim F$ (1ª Estimativa) continua-se com a comparação da distribuição ε_{11} *vs* *distância*:
 - 4.1.2.1. CASO A.1 – Se a d_{exp} e a deformação plástica experimental $\varepsilon_{11 exp}$ tiverem valores maiores que o previsto, o material apresenta anisotropia no plano da chapa.
 - 4.1.2.2. CASO A.2 – Se $d_{exp} \cong d$, estamos perante um caso de anisotropia com $r_0 = r_{90}$ e r_{45} máximo ou mínimo na distribuição $r(\alpha)$.
 - 4.1.2.3. CASO B – A fim de se determinar os valores corrigidos de r_{medio} , r_0 e r_{90} deve-se construir a relação logarítmica $(r - r^*)/r^*$ *vs* r^* , para os casos estudados de isotropia no plano da chapa.
5. Realização de simulações para a otimização dos parâmetros de anisotropia:
 - 5.1.- CASO A1 – Com a realização de cada simulação, deve-se atualizar sucessivamente a regressão linear distância *vs* $1/r$ para cálculo de nova estimativa de r_{medio} .
 - 5.2.- CASO A2:
 - 5.2.1. Deve-se atualizar a regressão linear distância *vs* $1/r$ para cálculo de nova estimativa de r_{medio} .
 - 5.2.2. A partir da análise do gráfico ε_{11} *vs* *distância*, se a deformação plástica experimental $\varepsilon_{11 exp}$ for maior que a deformação plástica ε_{11} prevista na simulação realizada com r_{medio} , r_{45} é mínimo na distribuição $r(\alpha)$, caso contrário é máximo.
 - 5.2.3. Com base no valor de r_{medio} , calcula-se $r_0 = r_{90}$ e r_{45} , utilizando uma relação, por exemplo, de 2 para:
 - 5.2.3.1. r_0/r_{45} , se r_{45} for mínimo na distribuição $r(\alpha)$.
 - 5.2.3.2. r_{45}/r_0 , se r_{45} for máximo na distribuição $r(\alpha)$.
 - 5.2.4. Utilizando os parâmetros calculados, procede-se à realização de nova simulação numérica.

5.2.5. Cálculo de $\Delta r = r_0 - r_{45}$ relativo a cada uma das simulações realizadas e determinação da regressão linear para Δr vs ε_{11} .

5.2.6. Cálculo de uma aproximação para Δr , utilizando uma regressão linear, e atualização dos valores de $r_0 = r_{90}$ e r_{45} , com base nas relações:

$$r_0 = r_{90} = r_{médio} + \frac{\Delta r}{2} \quad (3.10)$$

$$r_{45} = r_{médio} - \frac{\Delta r}{2} \quad (3.11)$$

5.2.7. Efetuar vários ajustes com base no gráfico ε_{11} vs *distância*:

5.2.7.1. Se $d_{exp} > d$ o valor de $r_{médio}$ deve ser aumentado, caso contrário deve ser diminuído.

5.2.7.2. Se $\varepsilon_{11 exp} > \varepsilon_{11}$ o valor da razão r_0/r_{45} deve ser diminuído, caso contrário deve ser aumentado.

5.2.7.3. Atualização do valor de $r_{médio}$ e/ou de Δr , em função da análise anterior. São sugeridos incrementos em Δr de 0,2.

5.3.- CASO B

5.3.1. A partir da análise sucessiva do gráfico ε_{11} vs *distância*, se $\varepsilon_{11 exp} > \varepsilon_{11}$ e $d_{exp} > d$, em Ox e Oy , deve-se aumentar o valor de $r_{médio}$, caso contrário deve-se diminuir.

5.3.2. Análise sucessiva do gráfico $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs *distância* de modo a comparar os valores mínimos da razão $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ em Ox ($\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$ em Oy) sendo o valor mínimo da razão $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ designado por $(\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11})^t$, com o valor de $(\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11})_{exp}^t$:

5.3.2.1. Se $(\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11})_{exp}^t > (\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11})^t$ em Ox , deve-se aumentar r_0 , caso contrário deve-se diminuir.

5.3.2.2. Se $(\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22})_{exp}^t > (\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22})^t$ em Oy , deve-se aumentar r_{90} , caso contrário deve-se diminuir.

5.3.2.3. Atualização do valor de $r_{médio}$ e/ou r_0 e/ou r_{90} , em função da análise anterior. São sugeridos incrementos de 0,2.

Para a realização deste algoritmo de análise inversa, é bastante importante a solução inicial dos parâmetros da lei do encruamento do material. Contudo, o próprio algoritmo apresenta procedimentos para alterar os parâmetros da lei de encruamento do material para

aproximar o resultado das estimativas, do resultado real. Numa secção do algoritmo (4.1.1) são indicados os procedimentos a realizar caso a evolução *Força vs Δl* da 1ª estimativa não seja coincidente com a experimental. A partir daí o algoritmo desenvolve-se no sentido de otimizar os parâmetros de anisotropia.

3.3.2 Aplicação do algoritmo

Em seguida são apresentados dois casos com materiais cujas características são conhecidas e foram determinadas, e em que se vai tentar aplicar o algoritmo a fim de verificar a sua aplicabilidade. Ambos os materiais cumprem os requisitos do algoritmo elaborado, ou seja o coeficiente de anisotropia do material no plano da chapa $r(\alpha)$ é sempre maior que 1.

Tabela 3-15 Caraterísticas dos materiais em estudo.

Material	r	r_0	r_{45}	r_{90}	Swift($\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^n$)		
					k (MPa)	n	ϵ_0
DQ	1,865	1,89	1,63	2,31	535,93	0,25	0,0055
AISI 430	2,155	2,04	2,09	2,40	990	0,26	0,029

3.3.2.1 Aço DQ

Procedeu-se à realização do ensaio por simulação numérica do provete cruciforme do material aço DQ com as caraterísticas indicadas na Tabela 3-15, que vai servir de referência em termos de resultados como se de um ensaio experimental se tratasse e de seguida será designado por “experimental”. O ensaio foi realizado para um deslocamento correspondente à força máxima. Na Fig. 3-33 são apresentadas as distribuições das deformações ao longo dos eixos Ox e Oy de simetria do provete, sendo por exemplo a deformação ϵ_{11} correspondente ao eixo Ox e ϵ_{22} ao eixo Oy e assim sucessivamente nos restantes gráficos.

Da análise da Fig. 3-33 vemos que os diagramas não são coincidentes em Ox e Oy o que significa que estamos perante um caso de anisotropia planar, ou seja, aplicando o algoritmo descrito anteriormente, estamos perante o CASO B.

Assim sendo e continuando a aplicar o algoritmo, realizaram-se 4 simulações para o material em estudo, em isotropia planar, com $r = 1,2,3,4$ de modo a determinar um $r_{\text{médio}}$ aproximado do material. Na Fig. 3-34 apresentam-se as curvas de deformação ao longo de uma das abas do provete para os casos de isotropia planar (apenas basta apresentar os valores para Ox pois em isotropia planar são semelhantes para Oy) e para os eixos Ox e Oy do provete experimental.

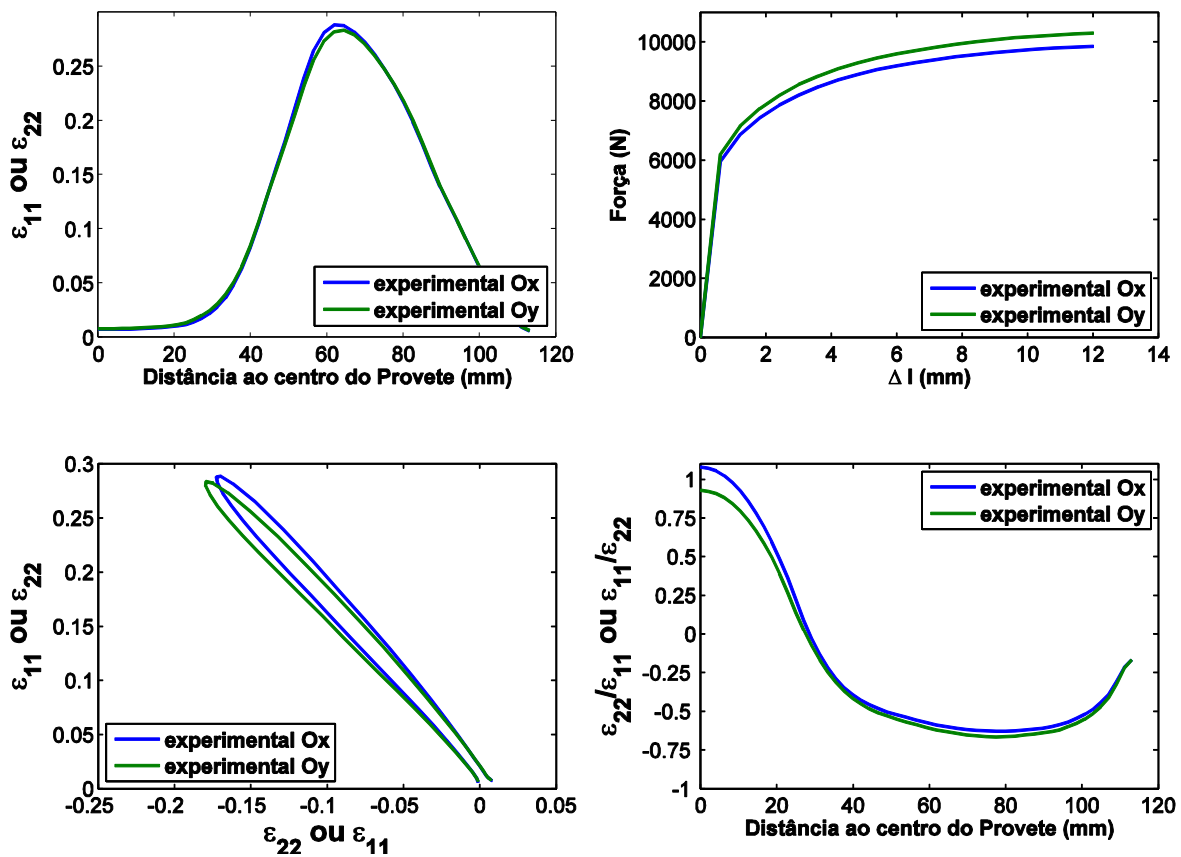


Fig. 3-33 Deformações relativas ao ensaio experimental para os dois eixos de simetria do provete do material DQ.

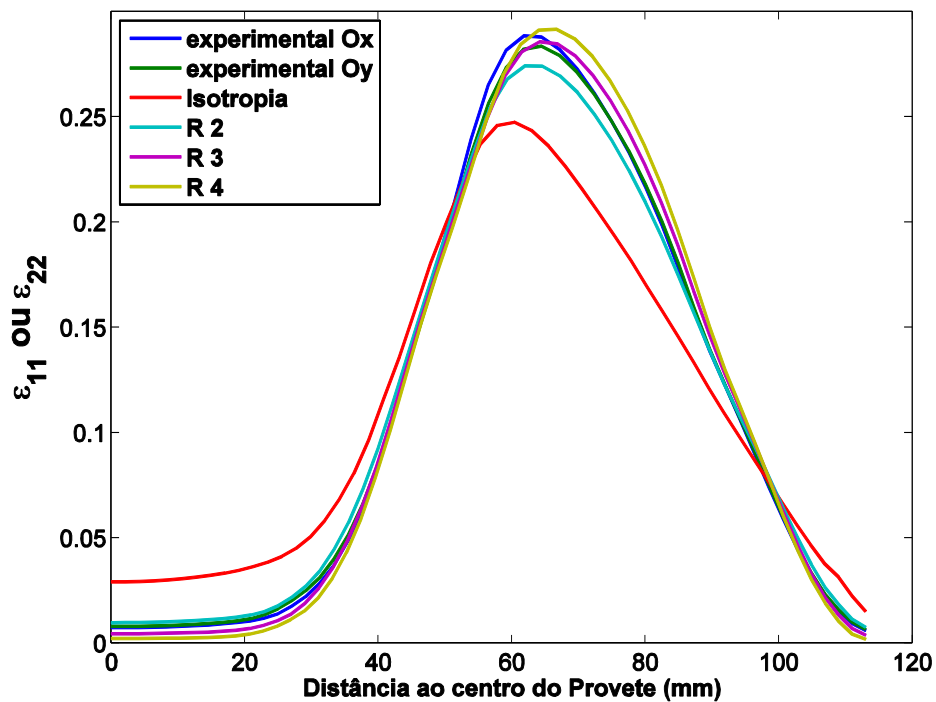


Fig. 3-34 Gráfico de deformação ao longo da aba do provete para o caso experimental e para os 4 casos de isotropia planar do material DQ.

A Fig. 3-35 apresenta a regressão linear da relação d vs $1/r$ sendo d a distância ao centro do provete onde ocorre a deformação máxima, e sendo a relação construída com base nos valores de d dos 4 casos de isotropia planar.

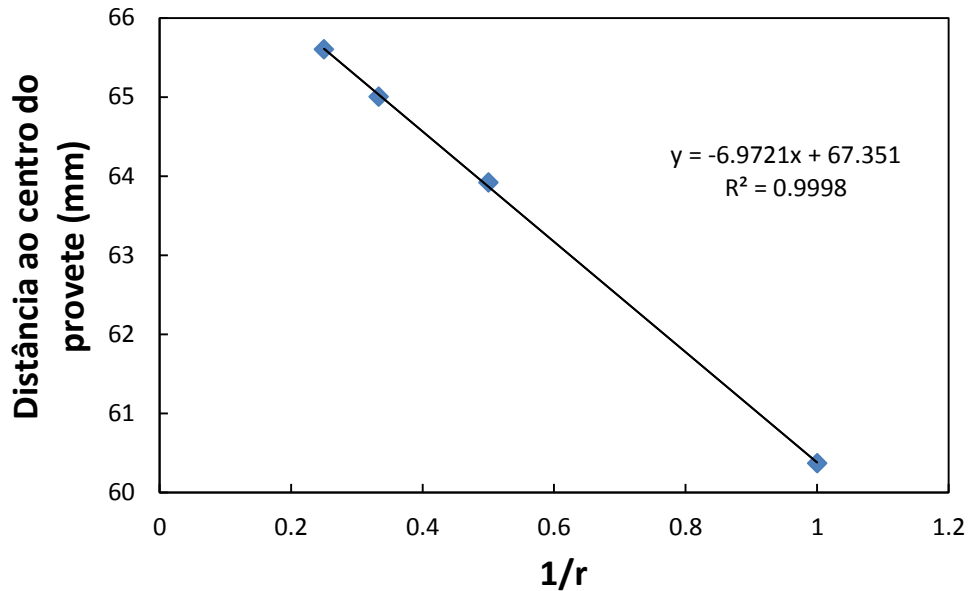


Fig. 3-35 Regressão linear d vs $1/r$ para os 4 casos de isotropia planar para o material DQ.

Utilizando a regressão linear podemos fazer uma estimativa de $r_{\text{médio}} = 1,81$ para o caso experimental usando como distância, a média das distâncias onde ocorrem os valores máximos de deformação em Ox e Oy . Utilizando os valores mínimos de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ ($\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$ no caso do eixo Oy) da Fig. 3-33, podemos obter a 1ª Estimativa dos valores de r_0 e r_{90} experimentais (r_0^* e r_{90}^* respetivamente) recorrendo para isso à equação $r = -[\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}]/[\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11} + 1]$ (no caso de r_0^* , para r_{90}^* deve-se usar $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$). Assim sendo temos como valores para a realização da simulação numérica da 1ª Estimativa, $r_{\text{médio}} = 1,81$, $r_0^* = 1,70$ e $r_{90}^* = 1,99$.

Na Fig. 3-36 são comparados os valores de deformação e de força entre o caso experimental e a 1ª Estimativa.

Analisando as curvas entre a 1ª Estimativa e o caso experimental, vemos que apesar de serem um pouco semelhantes em forma, ainda se encontram um pouco afastadas. Analisando o gráfico de ε_{11} vs distância, vemos que os valores de deformação do caso experimental são superiores aos valores da 1ª Estimativa para os dois eixos, e a distância onde ocorre o máximo de deformação é menor no caso experimental do que o registado na 1ª Estimativa, também para os dois eixos.

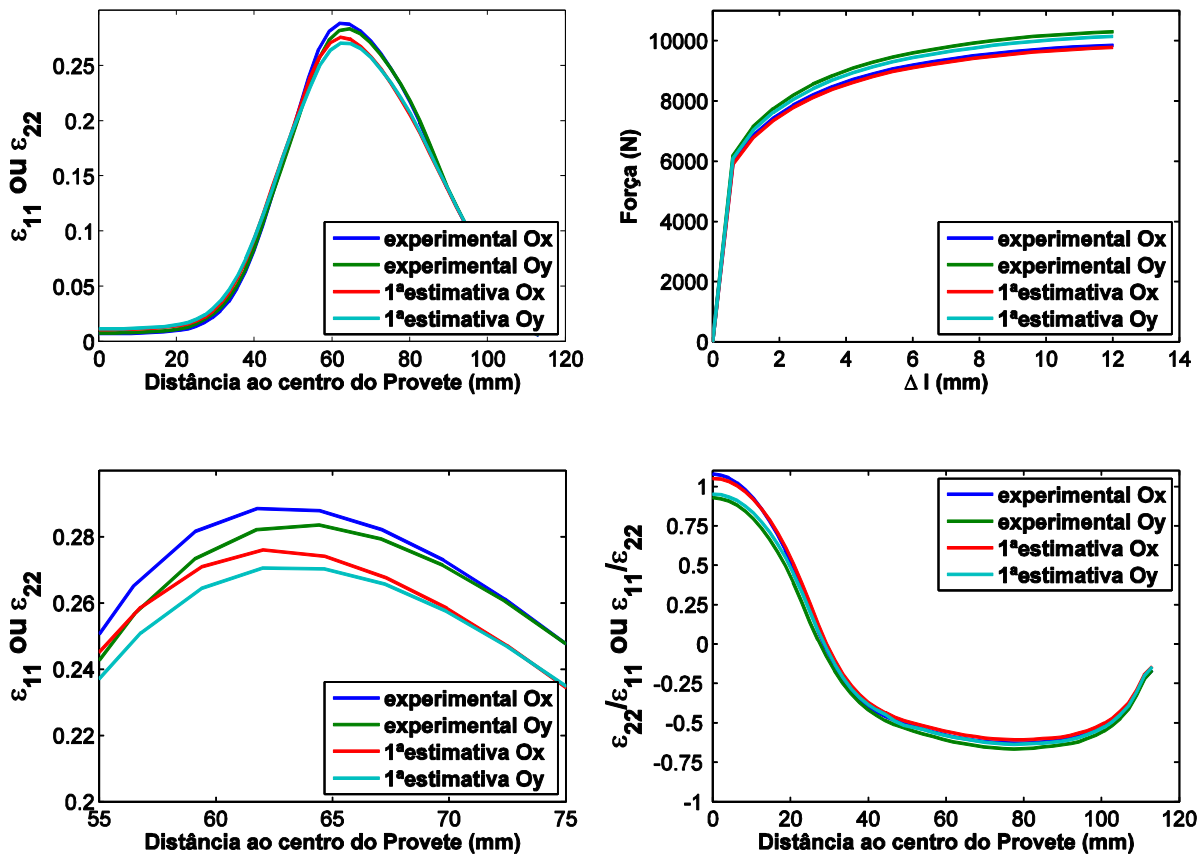
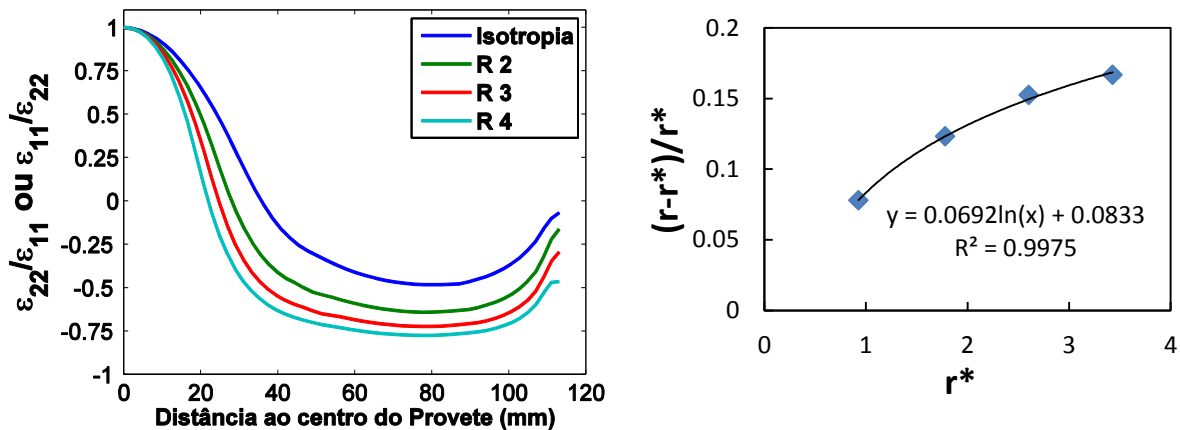


Fig. 3-36 Comparação entre Caso Experimental e 1ªEstimativa.

Analisando o gráfico $\epsilon_{22}/\epsilon_{11}$ vs *distância* vemos que o valor mínimo de $\epsilon_{22}/\epsilon_{11}$ do caso experimental é inferior (ou seja, é mais negativo) ao da 1ªEstimativa para os dois eixos. Continuando a seguir o algoritmo devemos construir a relação logarítmica do gráfico $(r - r^*)/r^*$ vs r^* (Fig. 3-37), para os casos estudados de isotropia no plano da chapa, para determinar os valores corrigidos de $r_{\text{médio}}$, r_0 e r_{90} .

Fig. 3-37 Gráfico $\epsilon_{22}/\epsilon_{11}$ vs *distância* e $(r - r^*)/r^*$ vs r^* .

Assim, utilizando a regressão logarítmica da Fig. 3-37 calcularam-se os novos valores de $r_{\text{médio}} = 2,04$, $r_0^* = 1,90$ e $r_{90}^* = 2,24$. A partir desses valores foi realizada uma nova simulação.

Na Fig. 3-38 são comparados os valores de deformação e de força entre o caso experimental e a 2ª Estimativa. Analisando as curvas entre a 2ª Estimativa e o caso experimental, vemos que se encontram muito mais próximas do que estavam quando se realizou a 1ª Estimativa. Analisando o gráfico de ε_{11} vs distância, vemos que os valores de deformação do caso experimental continuam a ser superiores aos valores da 2ª Estimativa para os dois eixos, e a distância onde ocorre o máximo de deformação é menor no caso experimental do que o registado na 2ª Estimativa, também para os dois eixos. Analisando o gráfico $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs distância vemos que o valor mínimo de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ do caso experimental é praticamente igual ao da 2ª Estimativa, mas como no gráfico *Força vs Δl* o valor de força para o eixo Oy é menor na 2ª Estimativa do que no caso experimental, decidiu-se aumentar ligeiramente o valor de r_{90} .

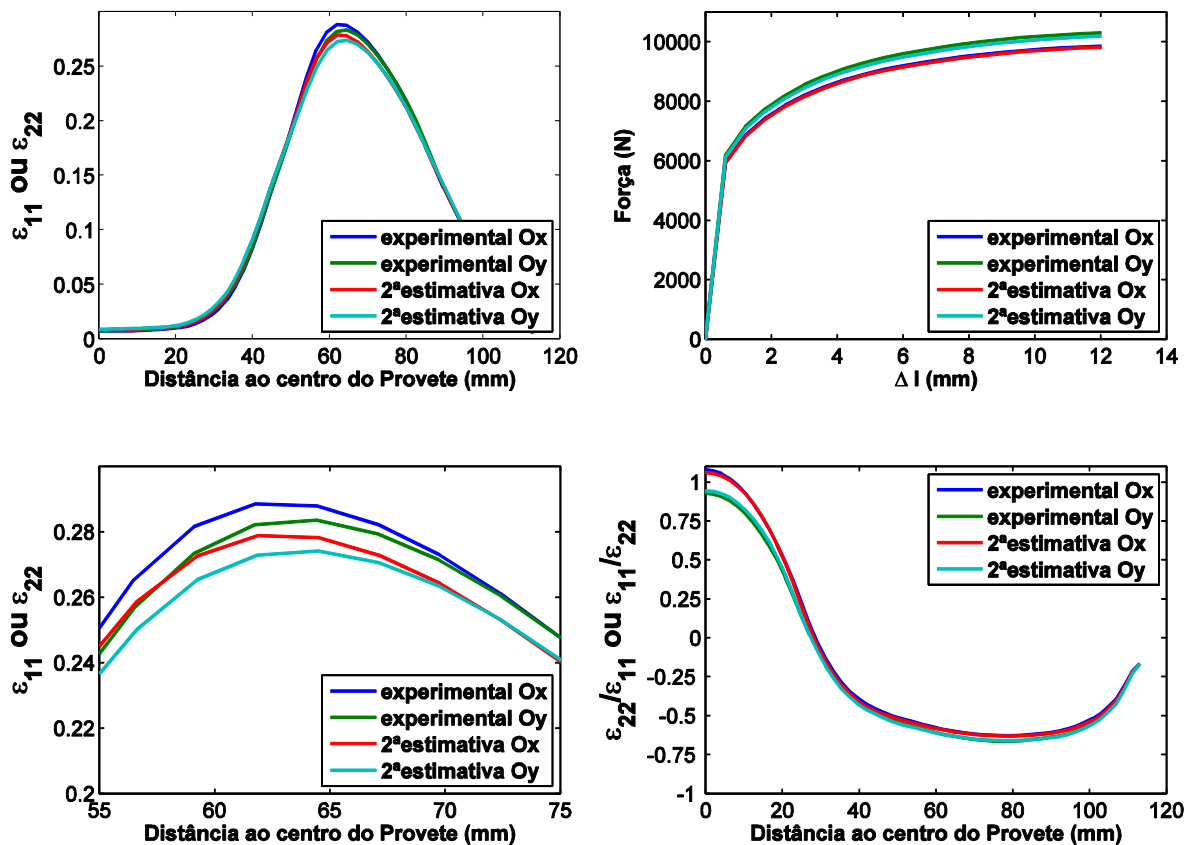


Fig. 3-38 Comparação entre Caso Experimental e 2ª Estimativa.

Assim sendo, seguindo o algoritmo, diminui-se ao valor de $r_{\text{médio}}$ e de r_{90} . Os valores usados na 3ª Estimativa foram $r_{\text{médio}} = 1,90$, $r_0^* = 1,90$ e $r_{90}^* = 2,34$.

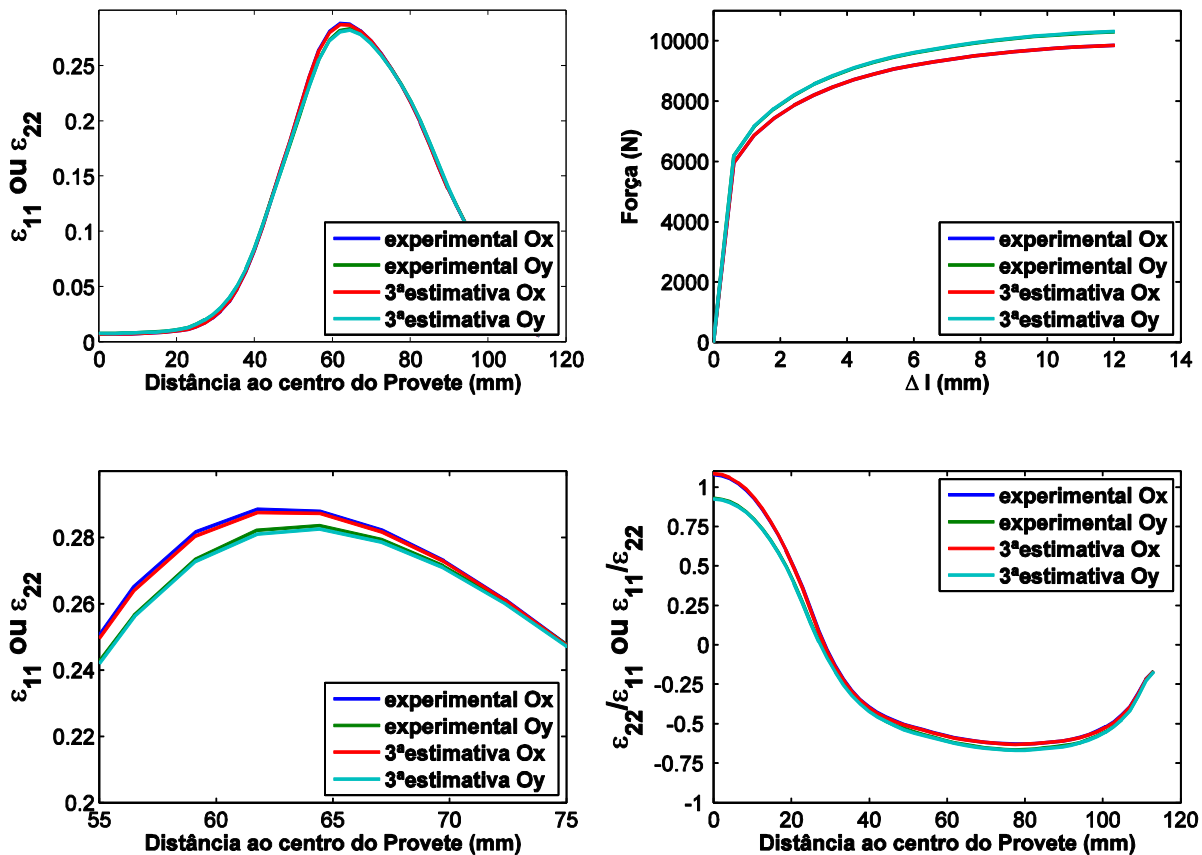


Fig. 3-39 Comparação entre Caso Experimental e 3ªEstimativa

Na Fig. 3-39 são comparados os valores de deformação e de força entre o caso experimental e a 3ªEstimativa. Vemos que as curvas quase se sobrepõem, o que indica que já estamos perto da solução ótima. Podia-se continuar a fazer iterações e realizar novas estimativas, mas após se calcular o erro entre os valores que usamos na 3ªEstimativa e os valores de $r_{\text{médio}}$, r_0 e r_{90} do caso experimental, viu-se que o erro era já bastante reduzido como se pode ver na Tabela 3-16.

Tabela 3-16 Erro percentual entre os valores de $r_{\text{médio}}$, r_0 e r_{90} do caso experimental e da última simulação realizada

	Caso Experimental	3ª Estimativa	Diferença (%)
$r_{\text{médio}}$	1,865	1,90	1,88
r_{90}^*	2,31	2,34	1,30
r_0^*	1,89	1,90	0,42

3.3.2.2 Aço AISI 430

Procedeu-se à realização do ensaio experimental por simulação numérica do provete cruciforme do material AISI 430 com as características indicadas na Tabela 3-15. O ensaio foi

realizado para um deslocamento correspondente à força máxima. Na Fig. 3-40 são apresentadas as distribuições das deformações ao longo dos eixos Ox e Oy de simetria do provete, sendo por exemplo a deformação ε_{11} correspondente ao eixo Ox e ε_{22} ao eixo Oy e assim sucessivamente nos restantes gráficos.

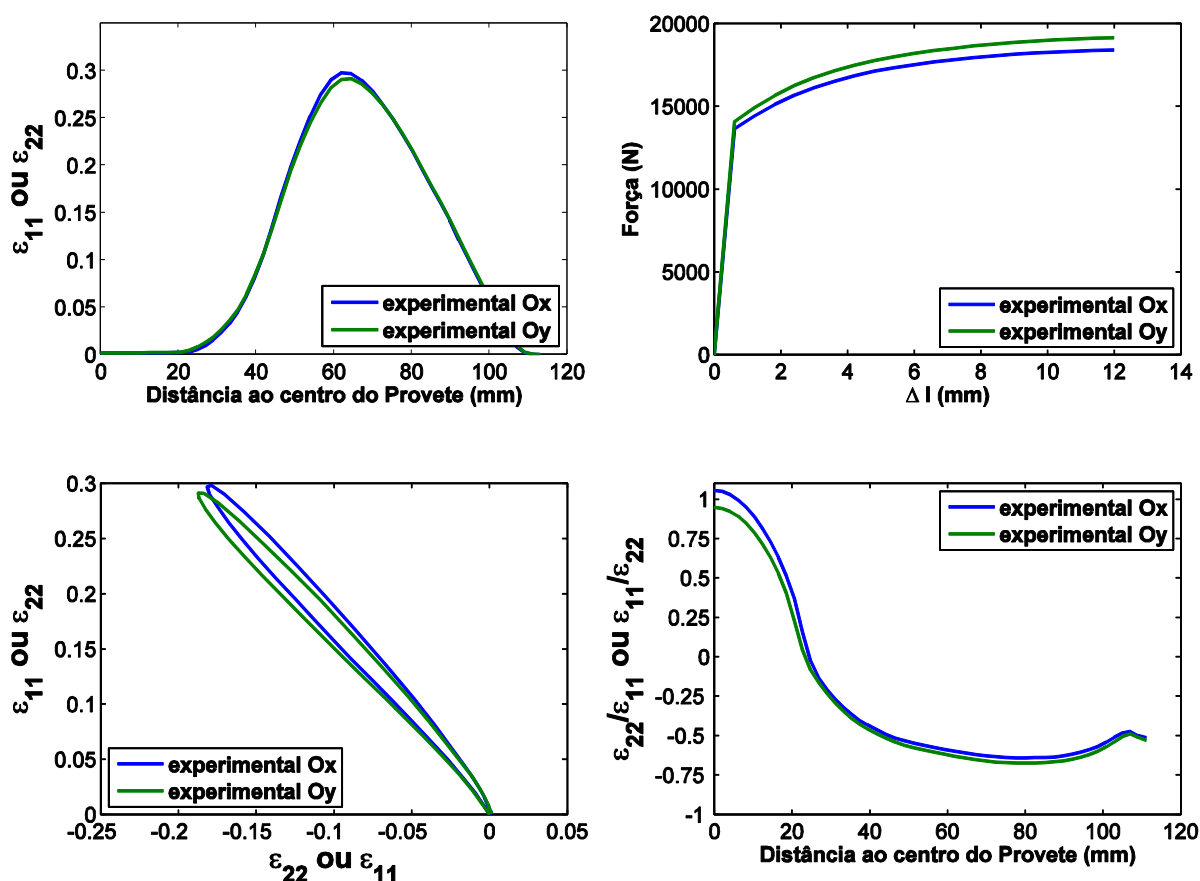


Fig. 3-40 Deformações relativas ao ensaio experimental para os dois eixos de simetria do provete do material AISI430.

Da análise da Fig. 3-40 vemos que os diagramas não são coincidentes em Ox e Oy o que significa que estamos perante um caso de anisotropia planar, ou seja, aplicando o algoritmo descrito anteriormente, estamos perante o CASO B.

Assim sendo e continuando a aplicar o algoritmo, realizaram-se 4 simulações para o material em estudo, em isotropia planar, com $r = 1, 2, 3, 4$ de modo a determinar um $r_{\text{médio}}$ aproximado do material. Na Fig. 3-41 apresentam-se as curvas de deformação ao longo de uma das abas do provete para os casos de isotropia planar (apenas basta apresentar os valores para Ox pois em isotropia planar são semelhantes para Oy) e para os eixos Ox e Oy do provete experimental.

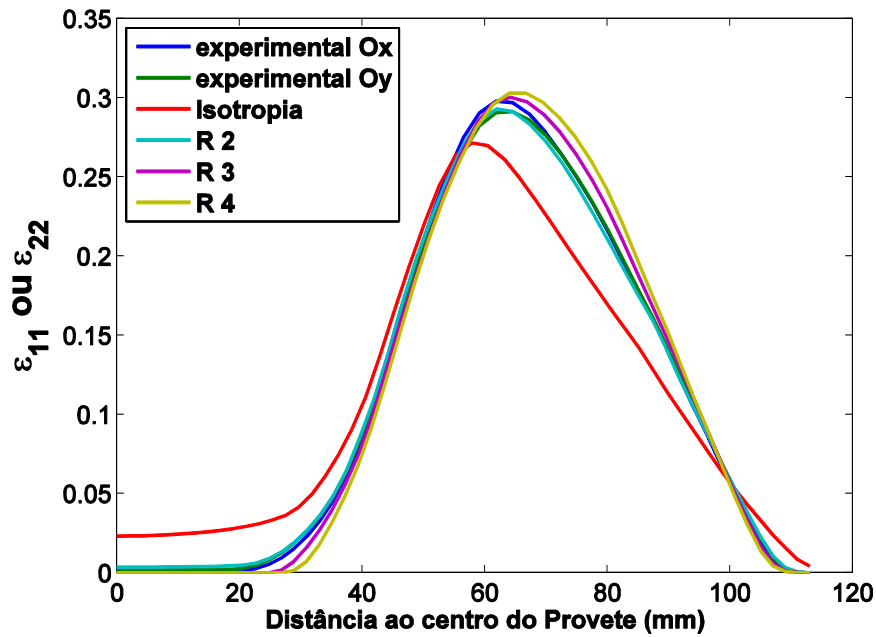


Fig. 3-41 Gráfico de deformação ao longo da aba do provete para o caso experimental e para os 4 casos de isotropia planar do material AISI430.

A Fig. 3-42 apresenta a regressão linear da relação d vs $1/r$ sendo d a distância ao centro do provete onde ocorre a deformação máxima, e sendo a relação construída com base nos valores de d dos 4 casos de isotropia planar.

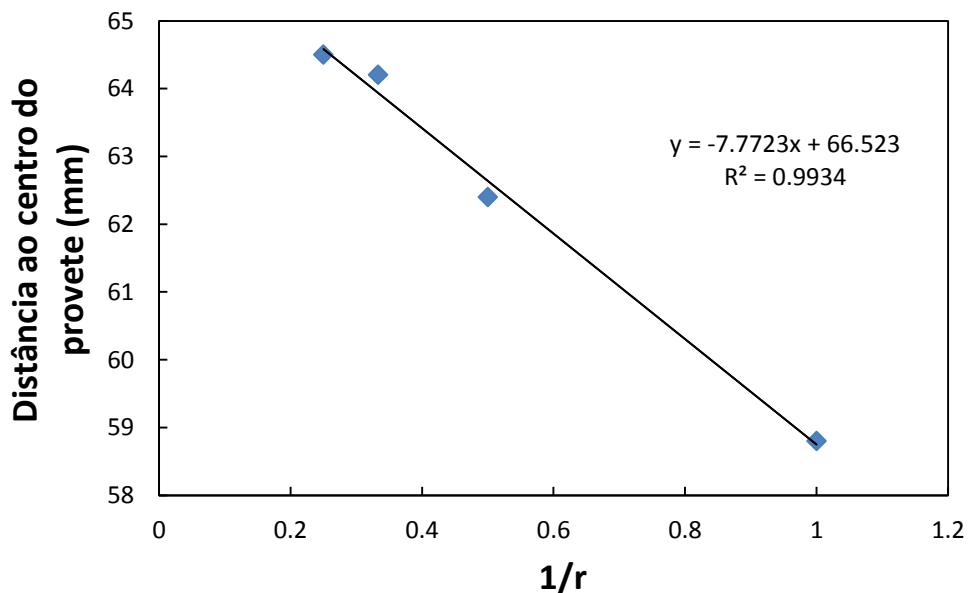


Fig. 3-42 Regressão linear d vs $1/r$ para os 4 casos de isotropia planar para o material AISI430.

Utilizando a regressão linear podemos fazer uma estimativa de $r_{\text{médio}} = 1,96$ para o caso experimental usando como distância, a média das distâncias onde ocorre os valores máximos de deformação em Ox e Oy . Utilizando os valores mínimos de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ ($\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$ no caso do

eixo Oy) da Fig. 3-40, podemos obter a 1ª Estimativa dos valores de r_0 e r_{90} experimentais (r_0^* e r_{90}^* respetivamente) recorrendo para isso à equação $r = -[\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}]/[\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11} + 1]$ (no caso de r_0^* , para r_{90}^* deve-se usar $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}$). Assim sendo temos como valores para a realização da simulação numérica da 1ª Estimativa, $r_{\text{médio}} = 1,96$, $r_0^* = 1,79$ e $r_{90}^* = 2,07$.

Na Fig. 3-43 são comparados os valores de deformação e de força entre o caso experimental e a 1ª Estimativa.

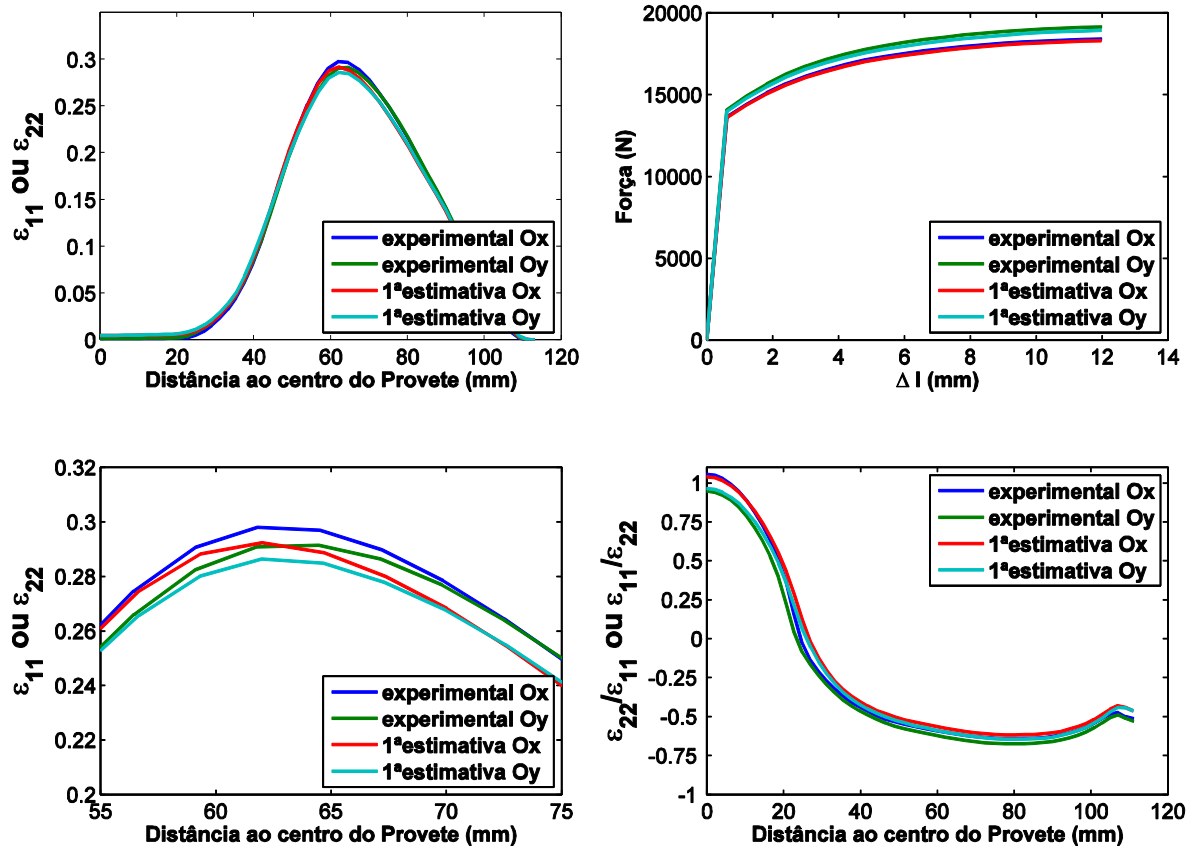


Fig. 3-43 Comparação entre Caso Experimental e 1ª Estimativa.

Analisando as curvas entre a 1ª Estimativa e o caso experimental, vemos que apesar de serem um pouco semelhantes em forma, ainda se encontram um pouco afastadas. Analisando o gráfico de ε_{11} vs *distância*, vemos que os valores de deformação do caso experimental são superiores aos valores da 1ª Estimativa para os dois eixos, e a distância onde ocorre o máximo de deformação é maior no caso experimental do que o registado na 1ª Estimativa, também para os dois eixos. Analisando o gráfico $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs *distância* vemos que o valor mínimo de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ do caso experimental é inferior (ou seja, é mais negativo) ao da 1ª Estimativa para os dois eixos. Continuando a seguir o algoritmo devemos construir a relação logarítmica do gráfico $(r - r^*)/r^*$ vs r^* (Fig. 3-37), para os casos estudados de isotropia no plano da chapa, para determinar os valores corrigidos de $r_{\text{médio}}$, r_0 e r_{90} .

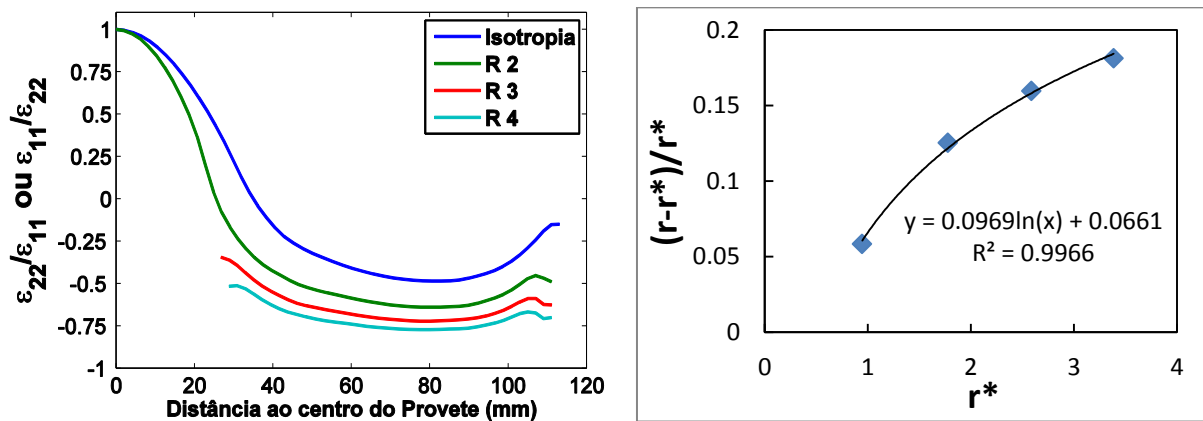


Fig. 3-44 Gráfico $\epsilon_{22}/\epsilon_{11}$ vs distância e $(r - r^*)/r^*$ vs r^* .

Assim, utilizando a regressão logarítmica da Fig. 3-44 calcularam-se os novos valores de $r_{\text{médio}} = 2,21$, $r_0^* = 2,00$ e $r_{90}^* = 2,35$. A partir desses valores foi realizada uma nova simulação.

Na Fig. 3-45 são comparados os valores de deformação e de força entre o caso experimental e a 2ª Estimativa.

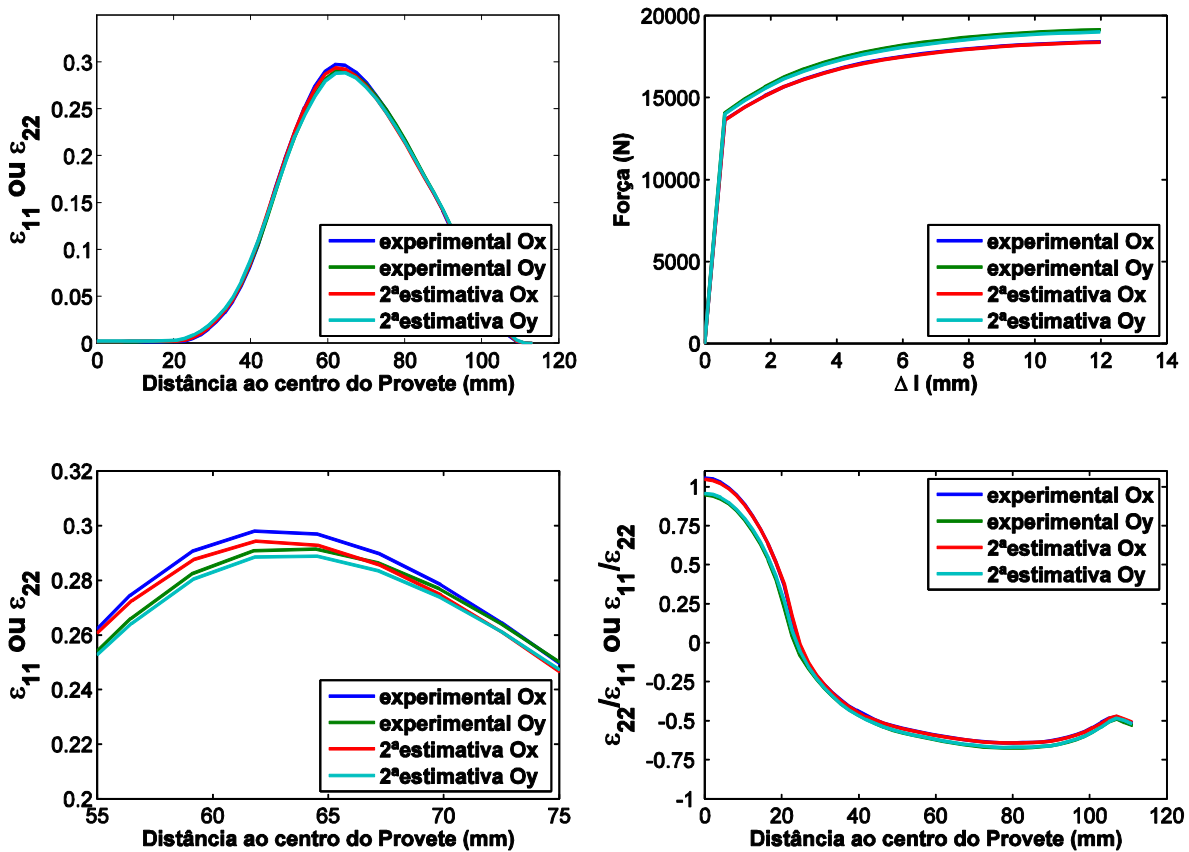


Fig. 3-45 Comparação entre Caso Experimental e 2ª Estimativa.

Analisando as curvas entre a 2ª Estimativa e o caso experimental, vemos que se encontram muito mais próximas do que estavam quando se realizou a 1ª Estimativa. Analisando o gráfico de ε_{11} vs distância, vemos que os valores de deformação do caso experimental continuam a ser superiores aos valores da 2ª Estimativa para os dois eixos, e a distância onde ocorre o máximo de deformação é ligeiramente menor no caso experimental do que o registado na 2ª Estimativa, também para os dois eixos. Analisando o gráfico $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs distância vemos que o valor mínimo de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ do caso experimental é praticamente igual ao da 2ª Estimativa, mas como no gráfico *Força vs Δl* o valor de força para o eixo Oy é menor na 2ª Estimativa do que no caso experimental, decidiu-se aumentar ligeiramente o valor de r_{90} .

Assim sendo, seguindo o algoritmo, diminui-se ao valor de $r_{\text{médio}}$ e de r_{90} . Os valores usados na 3ª Estimativa foram $r_{\text{médio}} = 2,11$, $r_0^* = 2,00$ e $r_{90}^* = 2,45$.

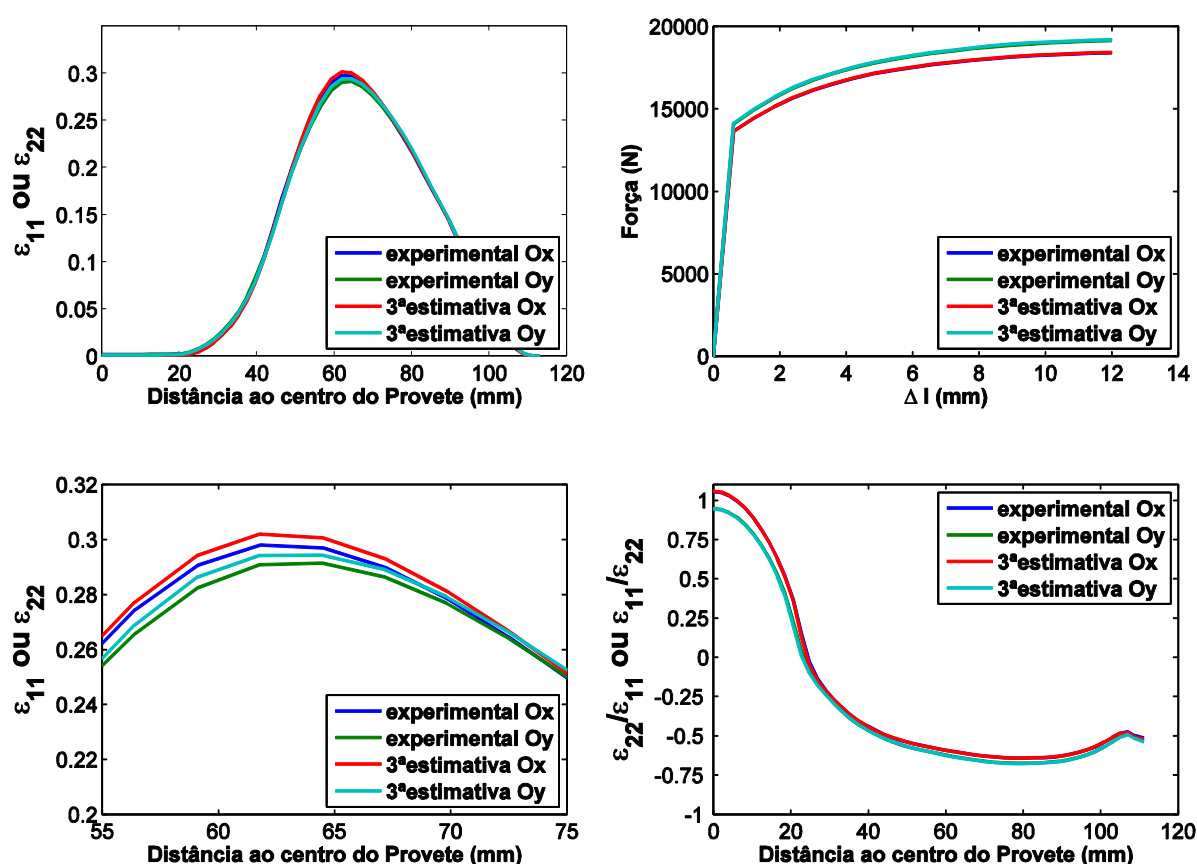


Fig. 3-46 Comparação entre Caso Experimental e 3ª Estimativa.

Na Fig. 3-46 são comparados os valores de deformação e de força entre o caso experimental e a 3ª Estimativa. Analisando as curvas entre a 3ª Estimativa e o caso experimental, vemos que apenas no gráfico de ε_{11} vs distância se encontram diferenças, os valores de deformação do caso experimental (que comparados com a 2ª Estimativa eram

superiores nos dois eixos) são agora inferiores aos valores da 3ª Estimativa, o que pode indicar que quando diminuimos o $r_{\text{médio}}$, se tenha diminuído demais o que sugere que numa próxima estimativa terá que ser aumentado. Analisando o gráfico $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ vs *distância* vemos que o valor mínimo de $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ do caso experimental é praticamente igual ao da 3ª Estimativa, e no gráfico *Força vs Δl* o valor das forças para os dois eixos é igual ao da 3ª Estimativa. Assim sendo realizou-se nova simulação com $r_{\text{médio}} = 2,15$, $r_0^* = 2,00$ e $r_{90}^* = 2,45$

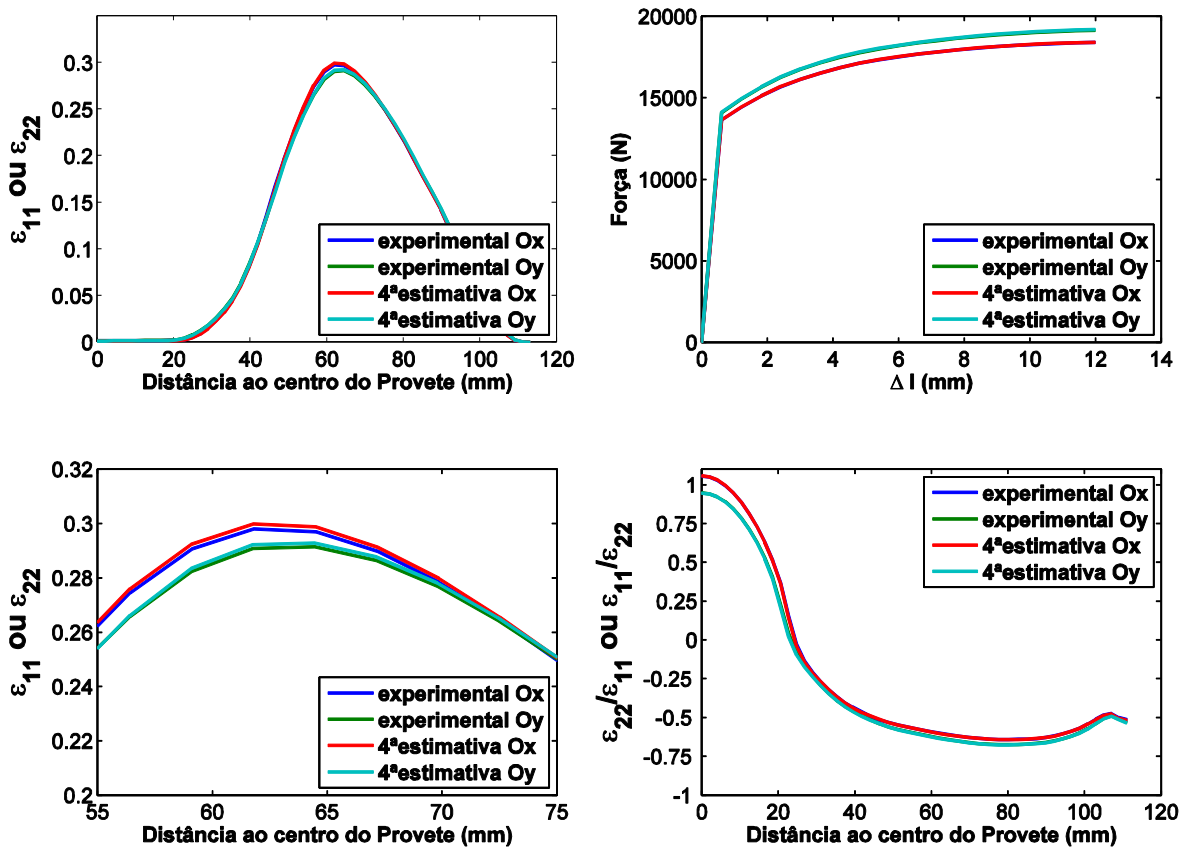


Fig. 3-47 Comparação entre Caso Experimental e 4ª Estimativa.

Após a 4ª Estimativa atingiu-se um nível aceitável de semelhança entre as curvas do experimental e da simulação numérica (Fig. 3-47) e que podemos ver na Tabela 3-17, com um erro baixo.

Tabela 3-17 Erro percentual entre os valores de $r_{\text{médio}}$, r_0 e r_{90} do caso experimental e da última simulação realizada.

	Caso Experimental	4ª Estimativa	Diferença (%)
$r_{\text{médio}}$	2,155	2,15	-0,23
r_{90}^*	2,40	2,45	2,08
r_0^*	2,04	2,00	-1,81

3.4 Considerações Finais do Capítulo

No início deste capítulo começou-se por otimizar a malha utilizada durante as simulações. Após se testarem 3 graus diferentes de refinamento de malha e de se analisar os valores de deformação lidos, tanto no centro como nas abas, e o tempo de cálculo das simulações, acabou por ser escolhida a malha de 2mm uma vez que não introduzia muito erro em relação à simulação com a malha mais refinada e tinha um tempo de cálculo muito menor. Com o refinamento de malha a utilizar nas simulações escolhido, começou-se por analisar a influência do raio de concordância do provete, na facilidade de ocorrência de rotura do mesmo. Foram realizadas várias simulações numéricas com diferentes raios, comparando sempre os valores de deformação obtidos no centro e na aba em cada uma das simulações. Acabaram por ser escolhidos inicialmente as geometrias com raio 10mm e raio 5mm. Após se construírem as CLE e comparando as duas geometrias, rapidamente se concluiu que o raio 5mm ia atingir a rotura muito cedo, pelo que se escolheu a geometria de provete com raio 10mm.

Posto isto, iniciou-se a análise direta que permitiu determinar relações e tendências relativamente ao comportamento dos materiais com base nos parâmetros dos modelos constitutivos. No estudo de isotropia planar foi estabelecida uma relação linear entre a deformação ε_{11} no centro do provete e $1/r$. Foi também estabelecida a relação linear entre a deformação ε_{11} máxima na aba do provete e $1/r$, e também se estabeleceu a relação linear entre a distância para a qual ocorre a deformação ε_{11} máxima na aba do provete e $1/r$. A existência de linearidade é independente dos parâmetros utilizados na lei do encruamento.

Em seguida estudaram-se os casos de anisotropia planar, onde foi possível concluir que a posição média onde ocorre a deformação máxima (ε_{11} para Ox e ε_{22} para Oy) nas abas do provete é aproximadamente a mesma quando o valor de $r_{\text{médio}}$ se mantém constante, seja qual for a distribuição de $r(\alpha)$ no plano da chapa. Esta propriedade permite-nos em termos de análise inversa, determinar um valor aproximado de $r_{\text{médio}}$ para um material quando não é conhecida a distribuição de $r(\alpha)$ no plano da chapa.

Como a geometria do provete na zona das abas, é bastante idêntica a um provete de tração uniaxial, temos nas abas trajetórias de deformação próximas da tração uniaxial, o que nos permite estimar os valores de r_0 e r_{90} com base na razão $\varepsilon_{22}/\varepsilon_{11}$ obtida nas abas. Como a aplicação dos deslocamentos nas abas do provete é simétrica, podemos também utilizar os gráficos F vs Δl em Ox e Oy para determinar os parâmetros da lei do encruamento.

Com base nos resultados da análise direta, elaborou-se um algoritmo de análise inversa que usa as relações lineares e as tendências observadas para determinar os parâmetros do critério de plasticidade e da lei do encruamento. Para testar o algoritmo, analisaram-se 2

materiais diferentes. Após algumas iterações obtiveram-se os valores dos parâmetros do critério de plasticidade do material com erros a rondar os 2%.

4 Aplicações Práticas da Simulação Numérica

4.1 Ensaio Expansão de Furo

Os problemas de formabilidade são uma questão que preocupa uma diversidade de empresas industriais que, em Portugal, se dedicam à produção de componentes para automóveis.

A necessidade da indústria automóvel responder tanto às exigências crescentes de redução de massa dos veículos como às imposições também crescentes da regulamentação de segurança dos ocupantes em caso de acidente, fez com que fossem cada vez mais utilizados para fabrico de componentes, aços de elevada resistência tornando assim a formabilidade uma área importante de estudo destes mesmos materiais (Aços AHSS ver Fig. 4-1).

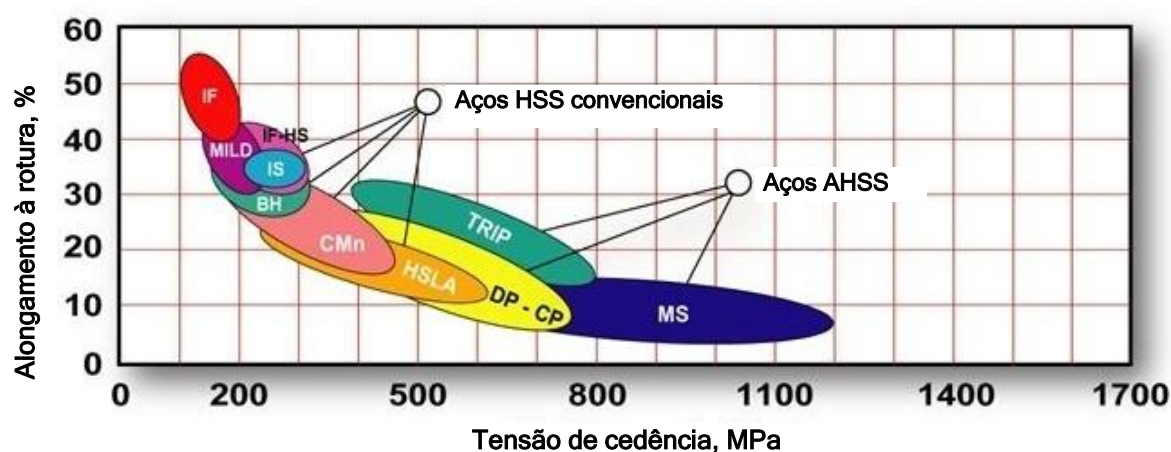


Fig. 4-1 Nomenclatura para diferentes aços conforme a sua Formabilidade e resistência. (Malheiro 2012).

Entre os problemas existentes, assumem particular importância aqueles em que, durante os processos de conformação, ocorre fissuração de abas sujeitas a alongamentos, após corte em ferramenta. Devido à grande ocorrência deste tipo de problemas em aços do tipo AHSS (aços avançados de elevada resistência) tem sido realizados nos últimos anos a nível mundial inúmeros estudos.

Assim recorreu-se à simulação numérica para tentar recriar o ensaio de expansão de furo e comparação de resultados com os ensaios já realizados experimentalmente.

4.1.1 Caracterização dos Materiais

Para a realização da simulação numérica foram selecionados dois materiais, um aço ferrítico-bainítico FB450 com 4mm de espessura e um aço de alta resistência HSLA550 com 3mm de espessura.

Tabela 4-1 Características dos materiais analisados.

	FB450_4mm	HSLA550_3mm
Re (MPa)	350	561
Rm (MPa)	455	615
Re/Rm	0,77	0,91
A (%)	36%	15%
K	717,5	766
n	0,168	0,061
ϵ_0	0,0136	0,0057
r	1,48	

Com base nos dados existentes fez-se a caracterização dos materiais relativamente à sua curva de encruamento através da lei de Swift, uma das mais usuais e adequadas para a modelação dos aços. Na Fig. 4-2 apresentam-se as curvas de encruamento de todos os materiais com base na lei de Swift correspondente à sua caracterização.

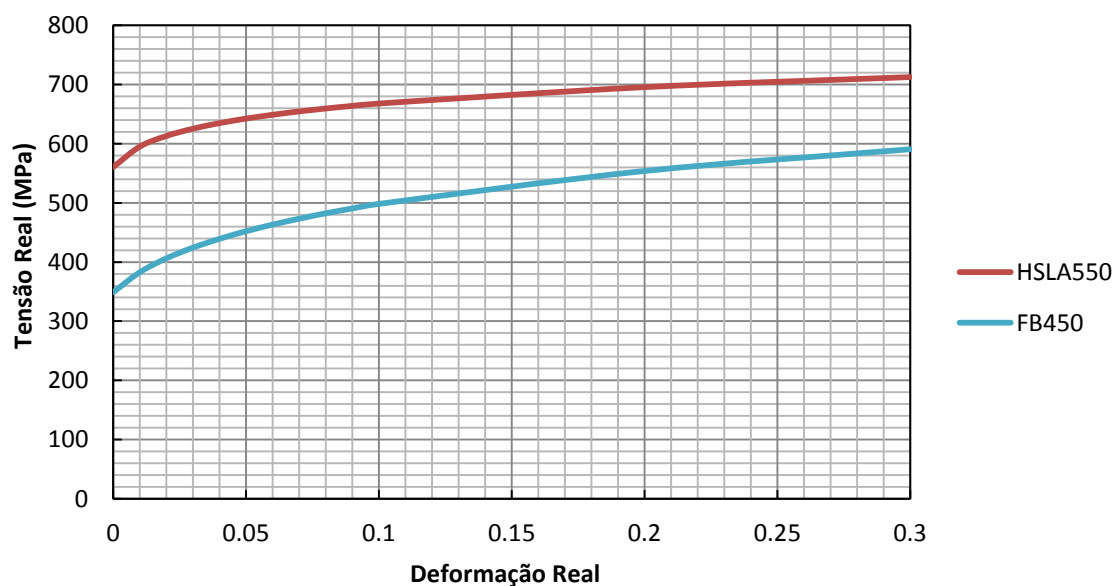


Fig. 4-2 Curvas de Tensão real vs Deformação real dos materiais em estudo.

4.1.2 Simulação Numérica

Os ensaios de expansão de furo foram modelados através da simulação por elementos finitos fazendo uso do software Abaqus/Explicit. Realizaram-se quer análises axi-simétricas com elementos sólidos lineares de quatro nós, quer análises tridimensionais com elementos sólidos lineares de oito nós (Fig. 4-3).

Na construção do modelo a utilizar durante a simulação numérica, na modelação das ferramentas foi considerado que estas eram rígidas e foi também considerado que os materiais tinham comportamento elasto-plástico e propriedades da fase plástica definidas pela superfície de cedência de Hill e encruamento do tipo Swift cujos parâmetros estão apresentados na Tabela 4-1.

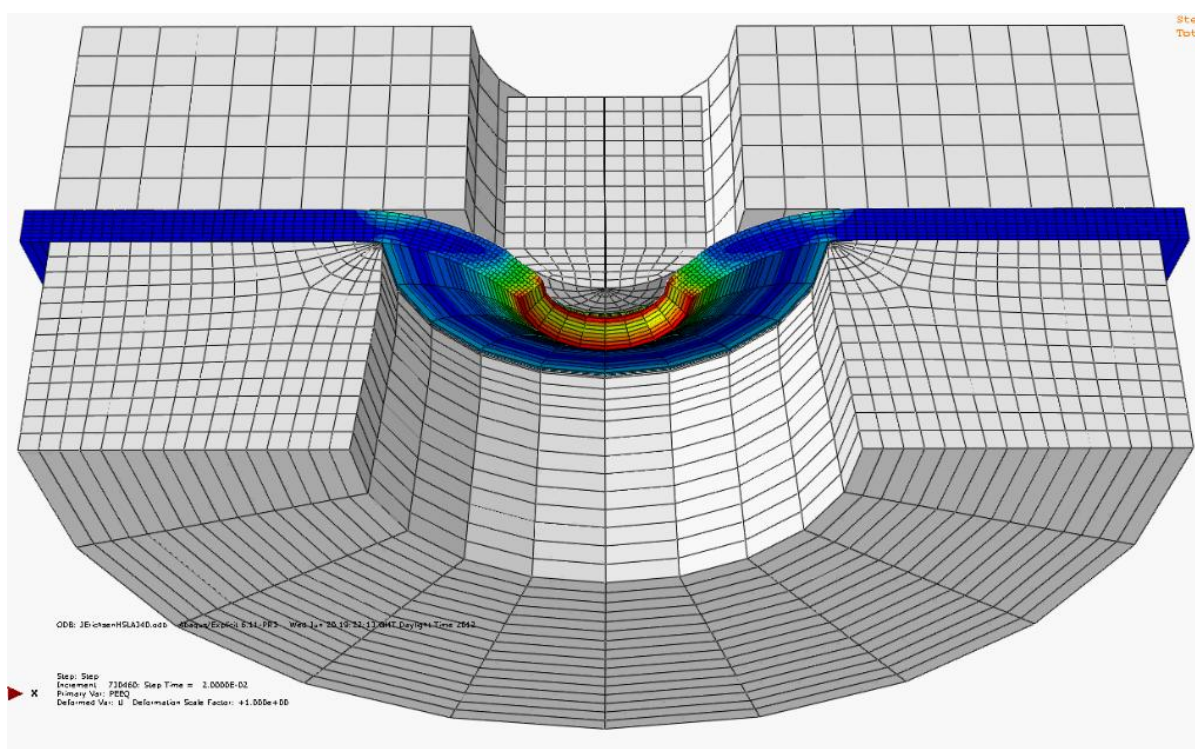


Fig. 4-3 Modelo numérico do ensaio de expansão de furo.

Na Fig. 4-4 pode ver-se a evolução da expansão de furo para valores crescentes do deslocamento do punção com modelação tridimensional. É de notar uma evolução não igual entre as arestas exterior e interior do furo, conforme se analisará no parágrafo seguinte.

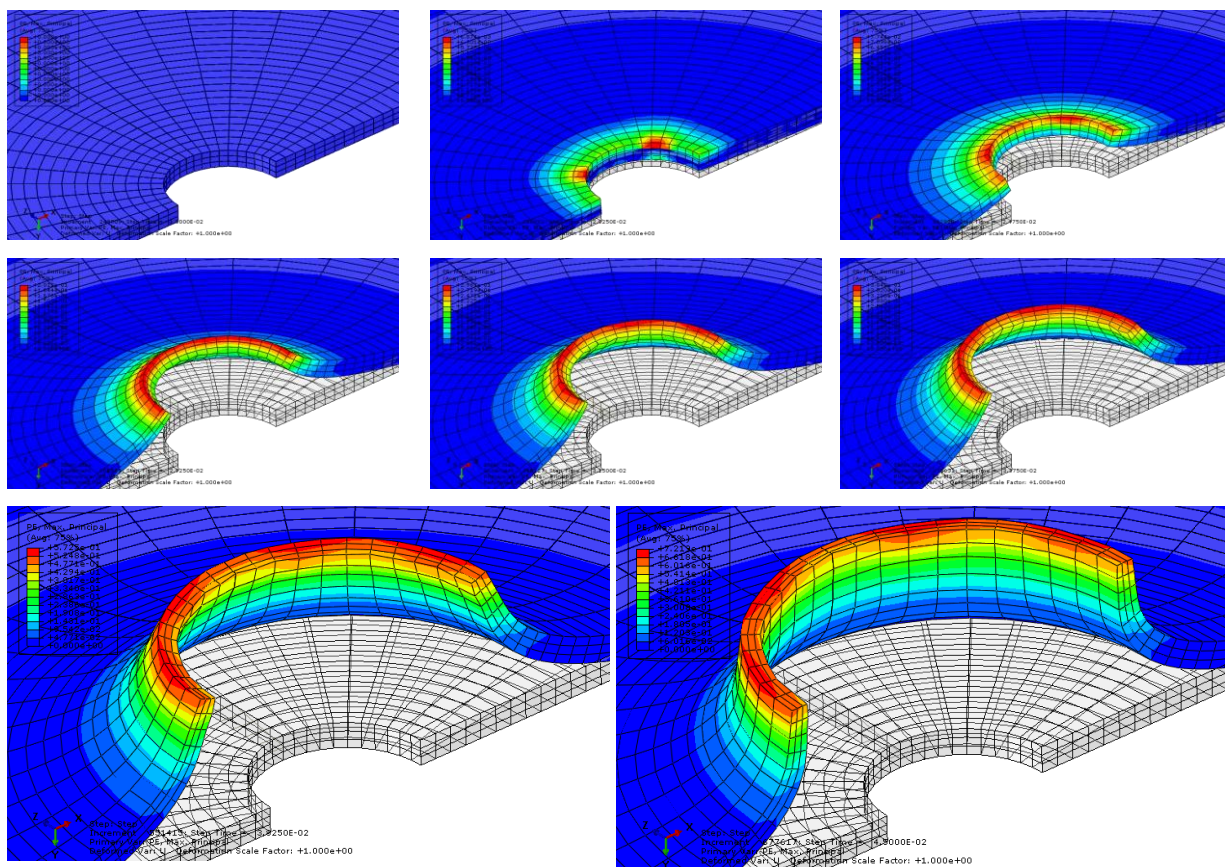


Fig. 4-4 Evolução da aba do furo ao longo do ensaio.

4.1.3 Aço FB450

Procedeu-se então à simulação numérica do ensaio de expansão de furo utilizando como material o FB450 com 4mm de espessura. Já eram conhecidos os pontos de rotura do material de vários ensaios experimentais de expansão de furo a que tinha sido sujeito previamente.

Fig. 4-5 vemos a evolução da força do punção na simulação numérica em comparação com os valores registados quando se dá a rotura no ensaio experimental

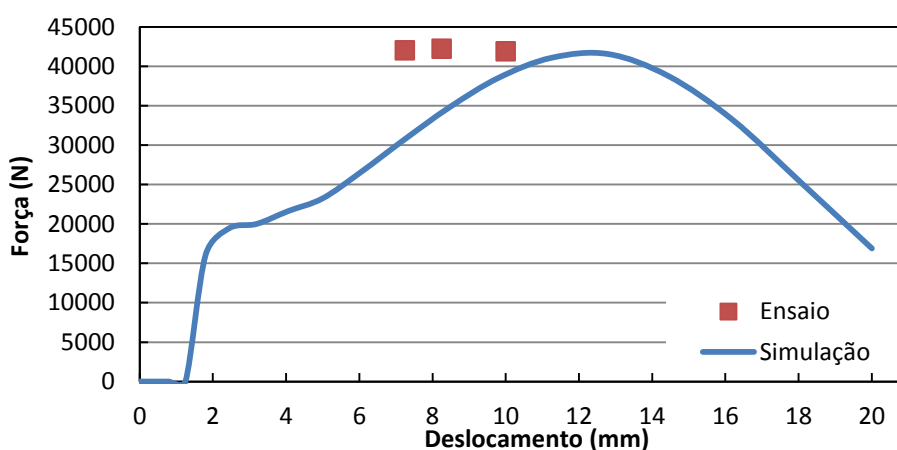


Fig. 4-5 Comparação dos dados obtidos nos ensaios com o material FB450 4mm e a curva Força/deslocamento obtida por simulação numérica.

Com o conhecimento do deslocamento do punção para o qual ocorre a rotura do material, e com base nos valores obtidos a partir da simulação numérica, traçamos a CLE para o deslocamento correspondente ao registado no ensaio experimental aquando da rotura do material, para o raio interior e para o raio exterior da aba. Na Fig. 4-6 apresenta-se a CLE correspondente ao deslocamento do punção para o qual houve rotura do material no ensaio experimental.

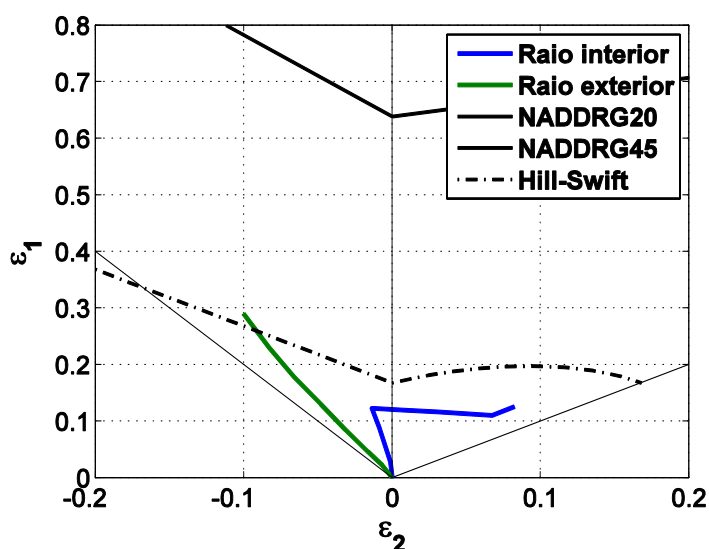


Fig. 4-6 Curva Limite de Embutadura para o FB450 com 4mm de espessura.

4.1.4 Aço HSLA550

Seguiu-se então outra simulação numérica do ensaio de expansão de furo utilizando como material o HSLA550 (*High Strength Steel Low Alloy*) com 3mm de espessura. Já eram conhecidos os pontos de rotura do material de vários ensaios experimentais de expansão de furo a que tinha sido sujeito previamente.

Na Fig. 4-7 vemos a evolução da força do punção na simulação numérica em comparação com os valores registados quando se dá a rotura no ensaio experimental.

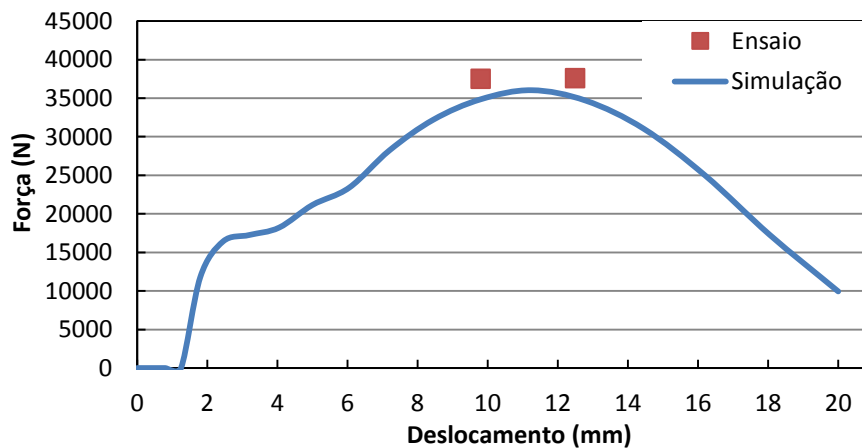


Fig. 4-7 Comparação dos dados obtidos nos ensaios com o material HSLA 3mm e a curva Força/deslocamento obtida por simulação numérica.

Com o conhecimento do deslocamento do punção para o qual ocorre a rotura do material, e com base nos valores obtidos a partir da simulação numérica, traçamos a CLE para o deslocamento correspondente ao registado no ensaio experimental aquando da rotura do material, para o raio interior e para o raio exterior da aba. Na Fig. 4-8 apresenta-se a CLE correspondente ao deslocamento do punção para o qual houve rotura do material no ensaio experimental.

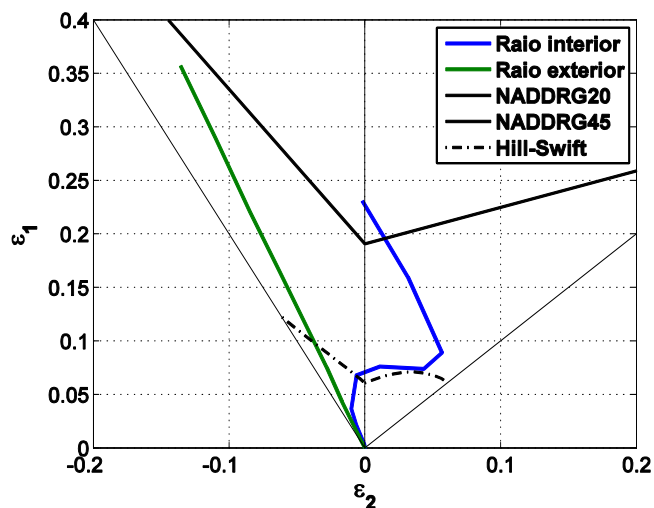


Fig. 4-8 Curva Limite de Embutidura para o HSLA com 3mm de espessura.

4.1.5 Análise e Discussão de Resultados

Nas Fig. 4-6 e Fig. 4-8 apresentam-se as trajetórias de deformação, no plano das deformações principais, para os aços FB450 e HSLA550, correspondentes à evolução dos pontos representativos das arestas exterior e interior do furo. São também incluídas nas figuras, as CLE correspondentes da aplicação dos critérios de Hill-Swift e NADDRG. As trajetórias estão representadas até ao valor de rotura do material nos ensaios experimentais de expansão de furo.

Tal como já tinha sido referido por Col (Col e Jousserand 2008) e como se pode ver nas Fig. 4-6 e Fig. 4-8, a aresta exterior segue uma trajetória linear de tração uniaxial, por outro lado, o ponto da aresta interior apresenta uma trajetória diferente e não linear (composta de tração, deformação plana, expansão biaxial). As razões para tal diferença entre as trajetórias do raio exterior e interior, podem dever-se ao contato entre a aresta interior e o punção, o que não se verifica na aresta exterior como se pode ver na Fig. 4-9.

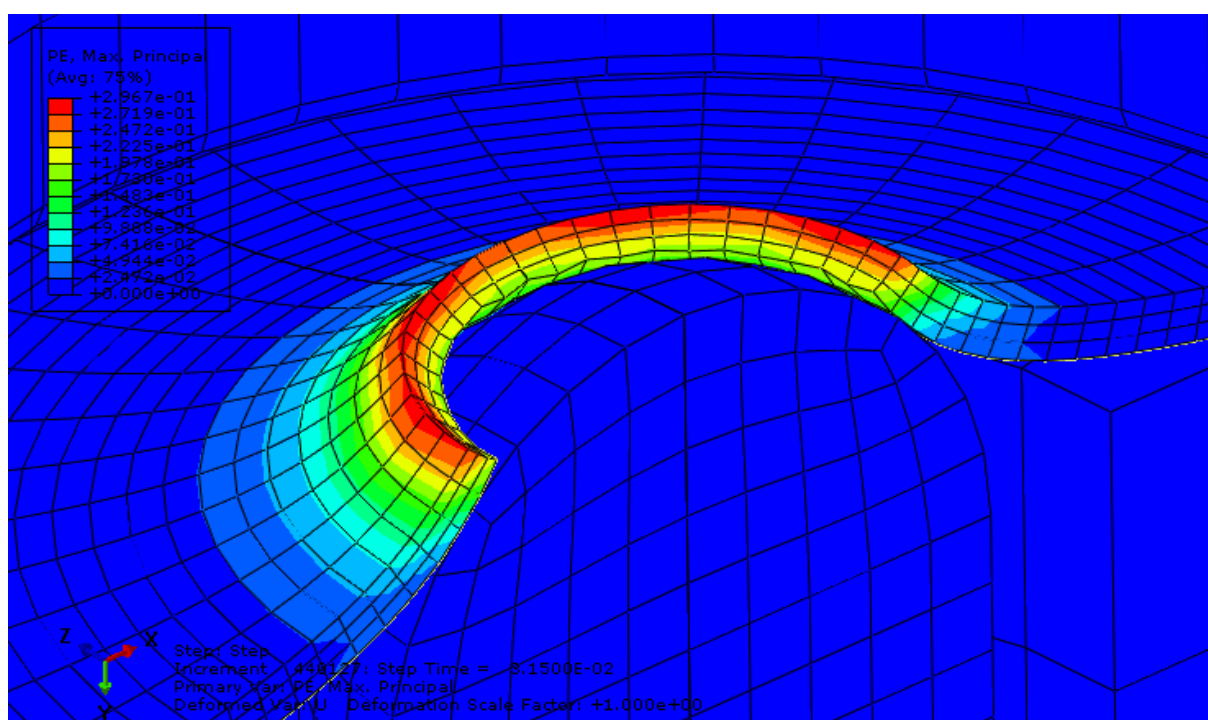


Fig. 4-9 Pormenor do contato entre o punção e a chapa.

No entanto deve chamar-se a atenção para que esta análise deva ser usada apenas como uma de várias possíveis para indicações de rotura no material, uma vez que neste ensaio de expansão de furo a qualidade da superfície de corte é um dos fatores fundamentais a ter em conta, a qual não foi considerada na simulação numérica e também não é considerada nas

CLE habituais. A influência da qualidade de corte nas CLE é demonstrada por McEwan (2009) e podemos ver na Fig. 4-10 essa mesma influência.

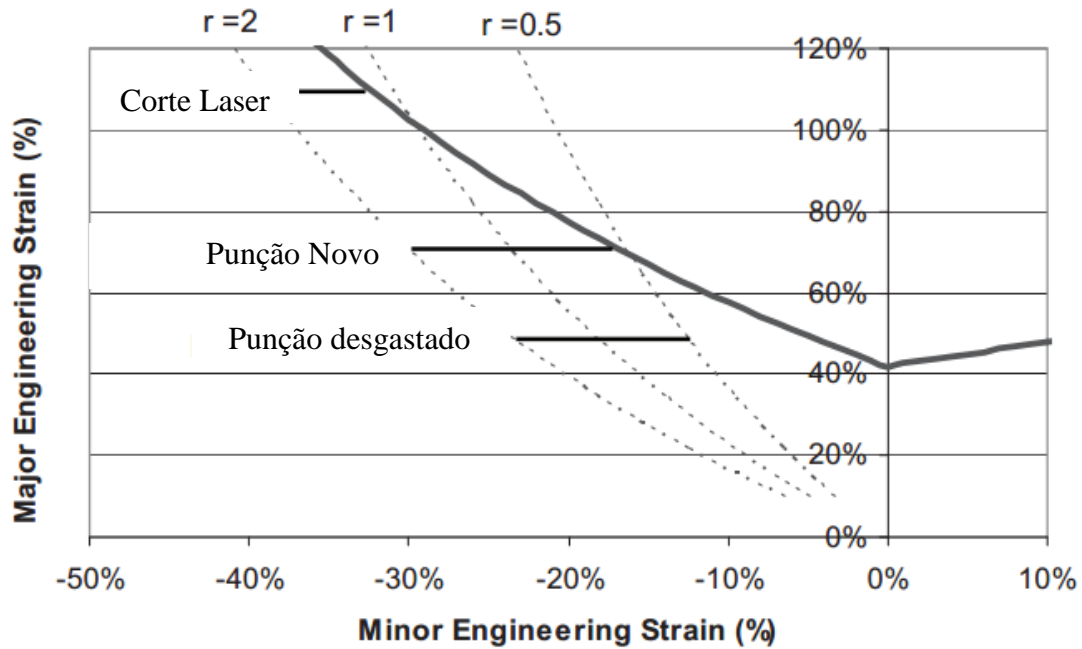


Fig. 4-10 Exemplo de CLE com limites devido à qualidade do corte dos furos (McEwan 2009).

Como se pode ver, existe uma grande diferença nos limites da CLE quando se usa o corte laser no furo (110% de limite para ε_1), do que quando se usa puncionamento com uma ferramenta já gasta (50% de limite para ε_1).

4.2 Embutidura e Previsão do retorno elástico de uma copa de uma antena parabólica

A Famaval S.A. produz copas de precisão destinadas à receção do sinal digital TV via satélite. Para que esta tenha a maior acuidade (sharpness) e qualidade a geometria das copas produzidas deve assegurar um ponto focal preciso, o que não significa necessariamente que a partir de uma simples calote esférica (a geometria mais fácil de conseguir) se obtenha uma boa receção, dada a dificuldade em muitas vezes ter a melhor orientação da copa em zonas acidentadas de Portugal.

A geometria da copa é assim uma superfície de curvatura tridimensional complexa não axissimétrica, como seria o caso da calote esférica. Esta característica levou a dificuldades na simulação numérica para análise estrutural, contudo simplificada a partir de modelos que levaram a resultados bastante precisos, como veremos mais á frente. Um dos objectivos que se pretendia era a determinação do retorno elástico bem como a força aplicada no cerra chapas para os dois materiais em estudo.



Fig. 4-11 Copas usadas nas parabólicas construídas pela Famaval.

4.2.1 Materiais

A fim de poder simular com rigor o processo de conformação, foi necessário efetuar-se testes experimentais com o material usado no fabrico da copa FM 63BD para obtenção de relação constitutiva através no ensaio de tração simples (teste efetuado com máquina SHIMADZU Autograph AG-IC Series). A título de exemplo temos na Fig. 4-12 os resultados do ensaio de tração para o material DX51.

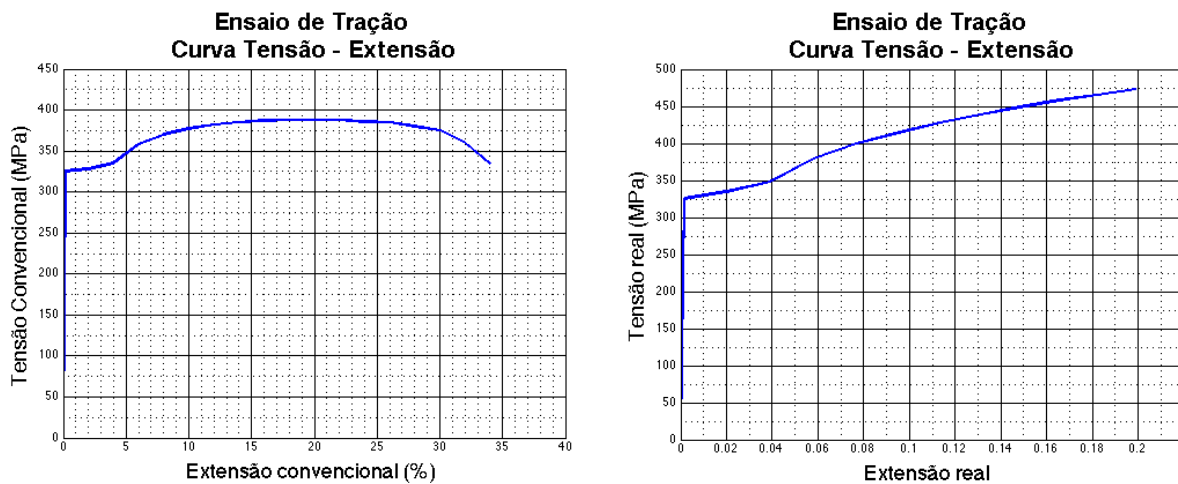


Fig. 4-12 Curvas de Tensão Extensão convencional e real para o material DX51.

Na Fig. 4-13 apresentam-se as curvas tensão – extensão reais para os materiais DX51 e DX53 e na Tabela 4-2 estão indicadas as suas características.

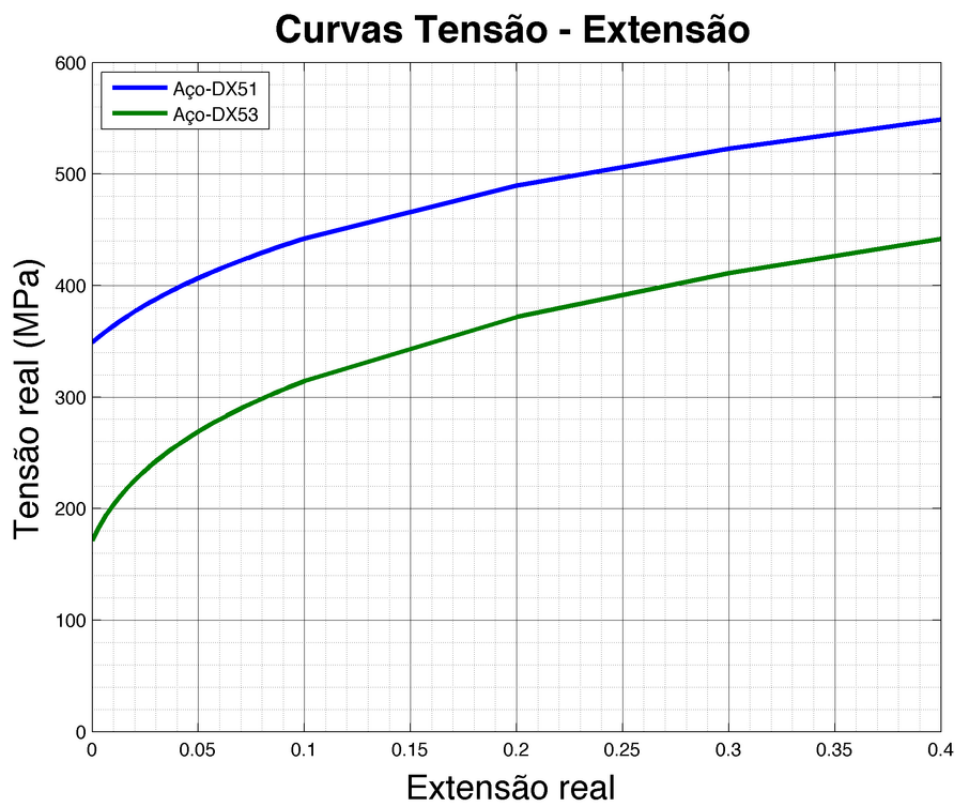


Fig. 4-13 Comparação das curvas Tensão – Extensão real dos dois materiais em estudo.

Estes dois materiais, segundo a norma DIN EN 10346:2009-07 são aços de baixo carbono para conformação a frio. O DX51 é indicado para dobragem e usado em perfis, enquanto que o DX53 é indicado para conformação plástica.

Tabela 4-2 Propriedades dos materiais DX51 e DX53

	Aço DX51	Aço DX53
Módulo Elasticidade E [GPa]	210	210
Coeficiente Poisson ν	0,3	0,3
Tensão Cedência R_{p02} [MPa]	326	326
Curva Encruamento σ_Y [MPa]	Lei de Swift $\sigma = k(\epsilon_0 + \epsilon)^n$	Lei de Swift $\sigma = k(\epsilon_0 + \epsilon)^n$
	$k = 641; \epsilon_0 = 0,04; n = 0,189$	$k = 557; \epsilon_0 = 0,0108; n = 0,26$

A espessura da chapa utilizada é de 6mm.

4.2.2 Geometria da Ferramenta e o Processo

A fim de se poder modelar a geometria da copa, foi necessário determinar com maior precisão o formato da aba da copa. Na Fig. 4-14 temos as coordenadas dos pontos correspondentes ao formato da aba da copa.

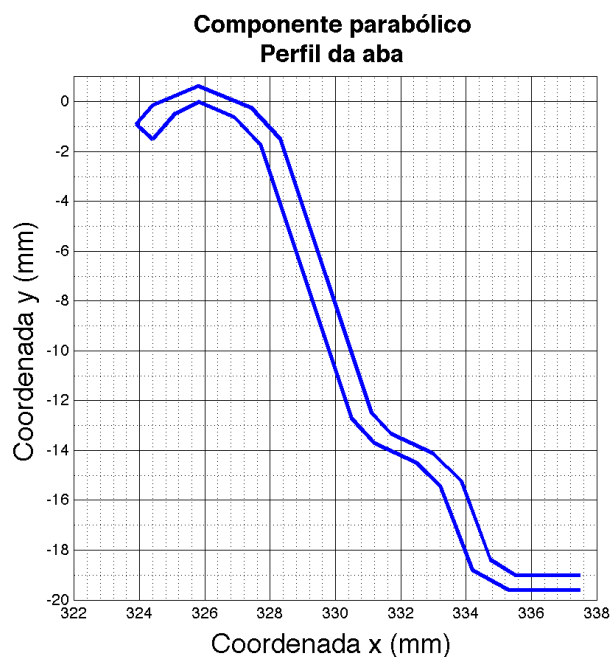


Fig. 4-14 Perfil da aba da copa.

Estas coordenadas foram obtidas utilizando correlação digital de imagem para alguns pontos da aba.

Na Fig. 4-15 apresenta-se os diferentes componentes da ferramenta que vai dar forma à copa.

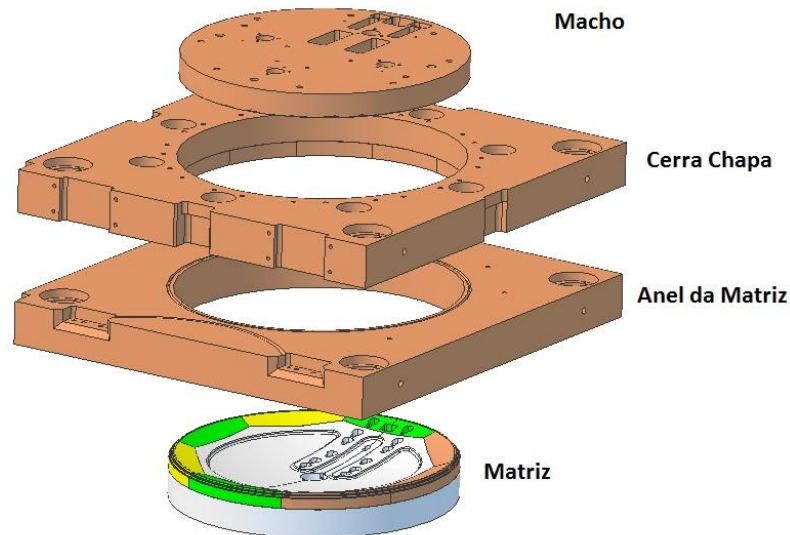


Fig. 4-15 Componentes da ferramenta utilizada para o fabrico das copas.

Na Fig. 4-16 estão representadas as várias etapas do processo de embutidura.

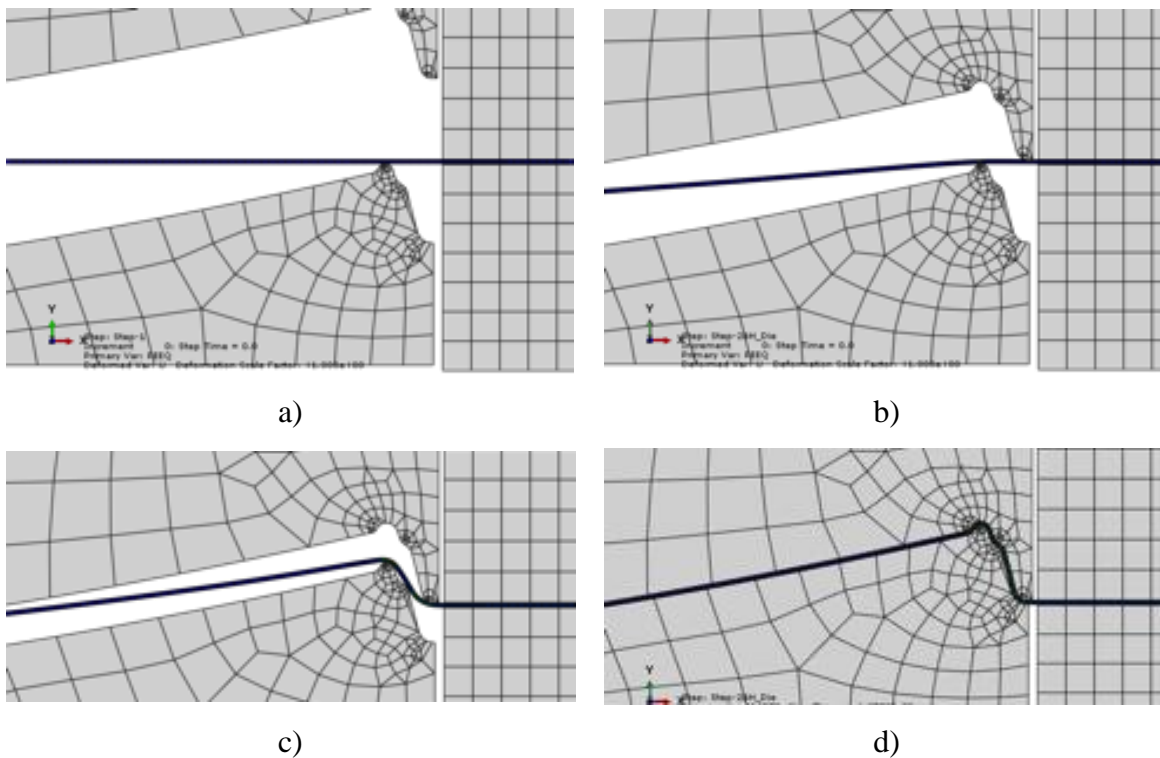


Fig. 4-16 Várias etapas do processo de embutidura.

4.2.3 Simulação Numérica

Foi realizada uma simulação axissimétrica do processo com o intuito de visualizar eventuais zonas críticas da chapa no processo de embutidura.

A modelação das ferramentas e do tipo axi-simétrico deformável com comportamento elástico, com elementos de 4 nós com integração reduzida. A modelação da chapa é do tipo axi-simétrico deformável com comportamento elasto-plástico.

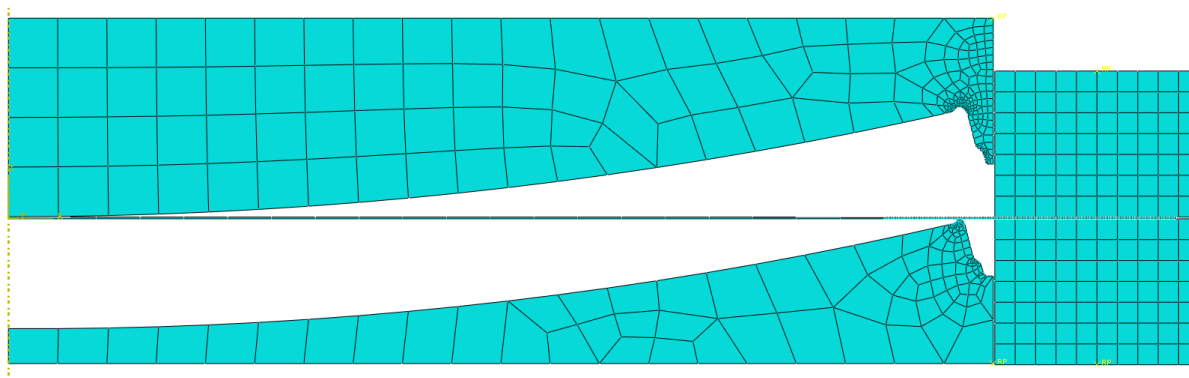


Fig. 4-17 Modelo numérico da ferramenta e da chapa.

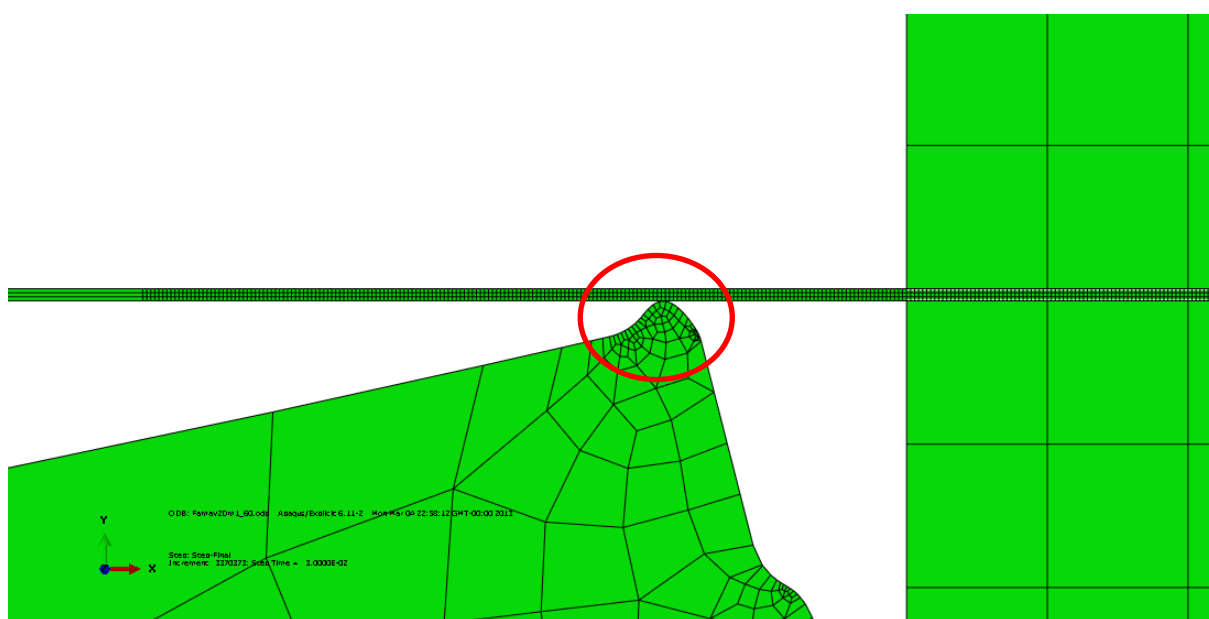


Fig. 4-18 Pormenor do refinamento da malha na zona do perfil da matriz.

Por forma a identificar a influência da força do cerra chapas no processo, foram realizadas duas simulações com forças diferentes, respetivamente 10 kN e 60 kN.

Analisando de uma forma muito rápida a Fig. 4-19 vemos que a operação de embutidura da copa utilizando 10kN como força do cerra chapas conduz a maior defeitos principalmente na zona onde temos o raio menor no perfil da matriz.

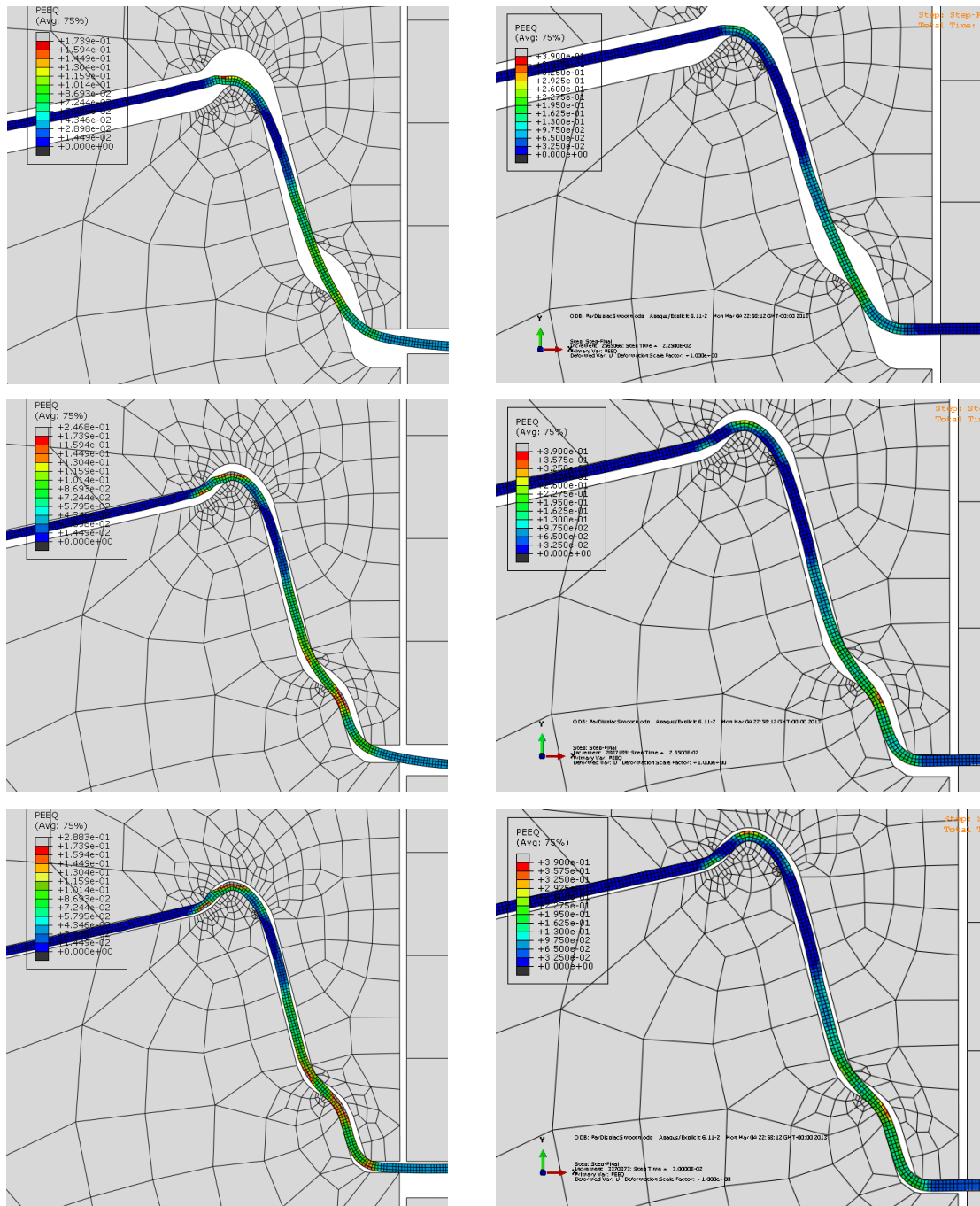


Fig. 4-19 Evolução do processo de embutidura (à esquerda com 10kN no cerra chapas e à direita com 60kN no cerra chapas).

4.2.4 Retorno Elástico

Uma das preocupações da Famaval era a previsão do retorno elástico após a operação de embutidura, pois um retorno elástico demasiado elevado pode comprometer as dimensões requeridas para que a copa capte o sinal via satélite.

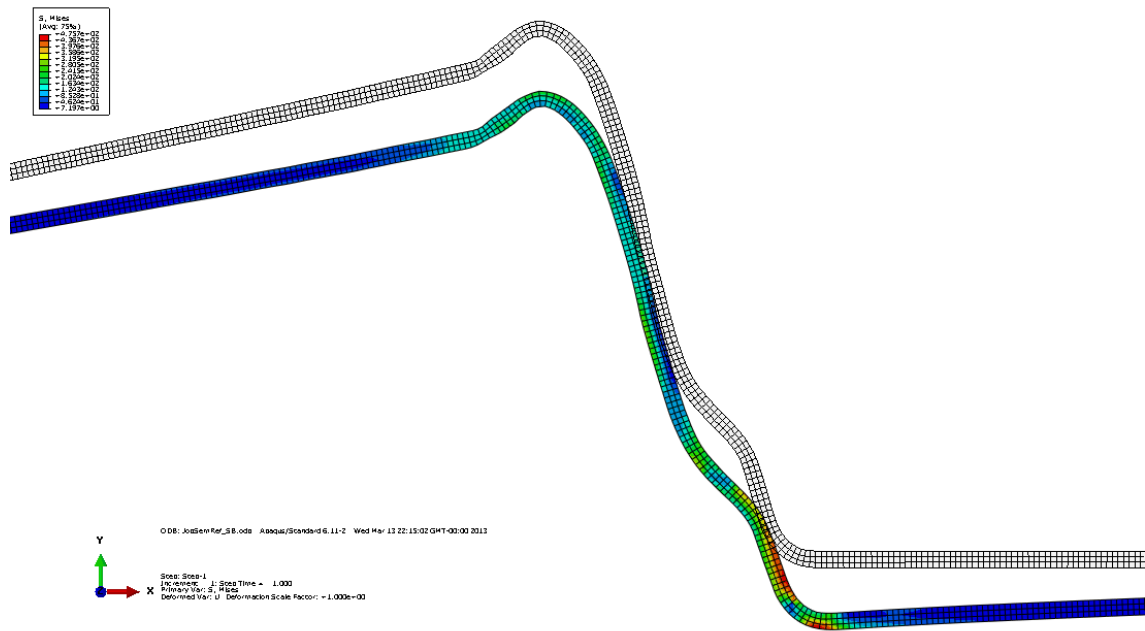


Fig. 4-20 Exemplo de previsão do retorno elástico utilizando a simulação numérica

Utilizando então a simulação numérica, realizaram-se simulações de previsão de retorno elástico para os valores de força do cerra chapas de 10kN, 30kN, 40kN, 50kN e 60kN.

Na Fig. 4-21 e Fig. 4-22 apresentam-se os perfis obtidos sem retorno elástico (Springback) e com retorno elástico para a aplicação de diferentes valores de força no cerra chapas utilizando como material o aço DX51.

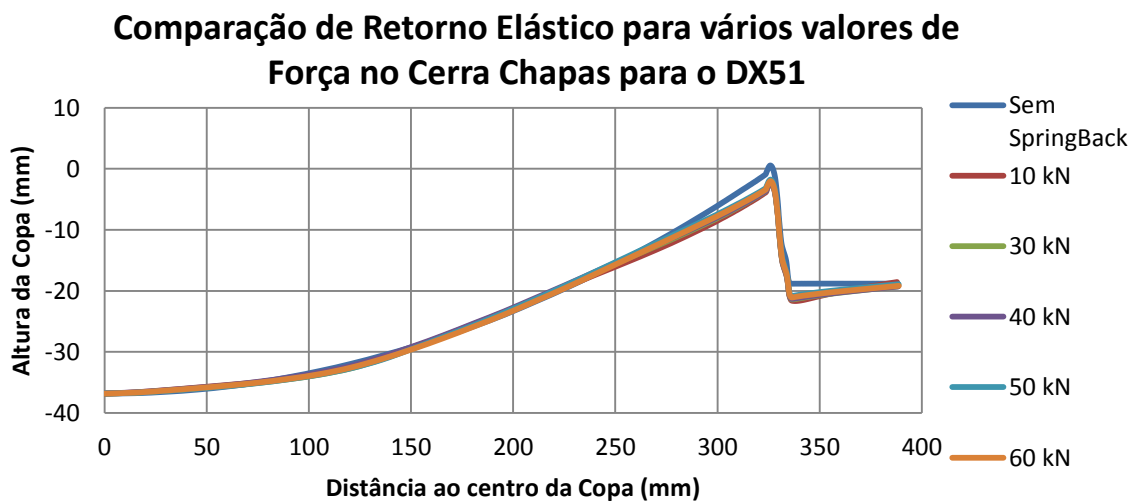


Fig. 4-21 Diferentes perfis para a copa após o retorno elástico para o aço DX51.

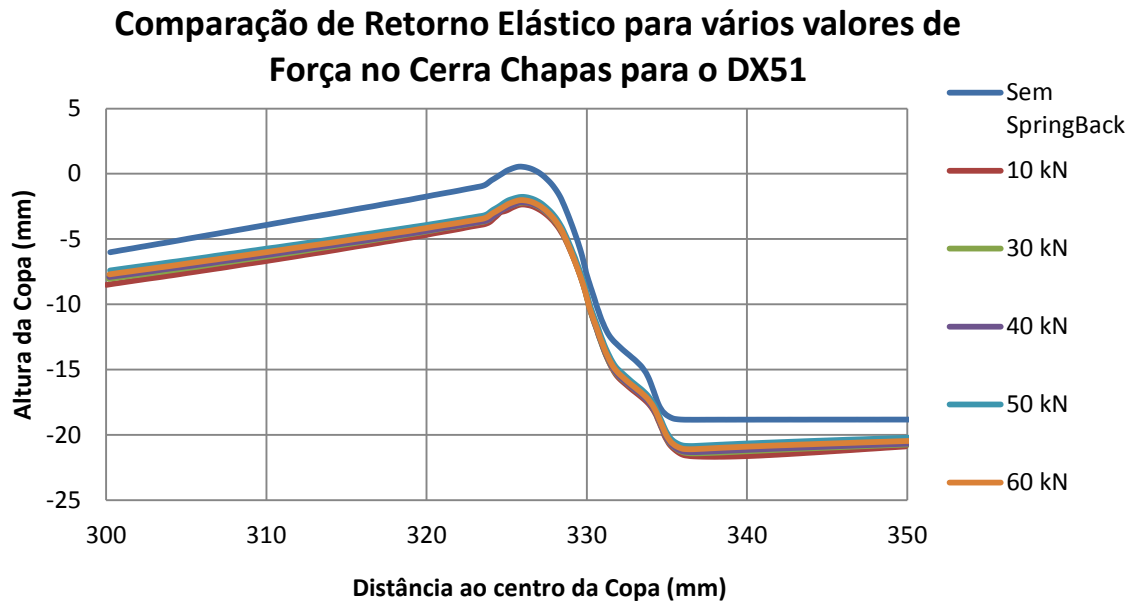


Fig. 4-22 Pormenor da aba para diferentes perfis para a copa após o retorno elástico para o aço DX51.

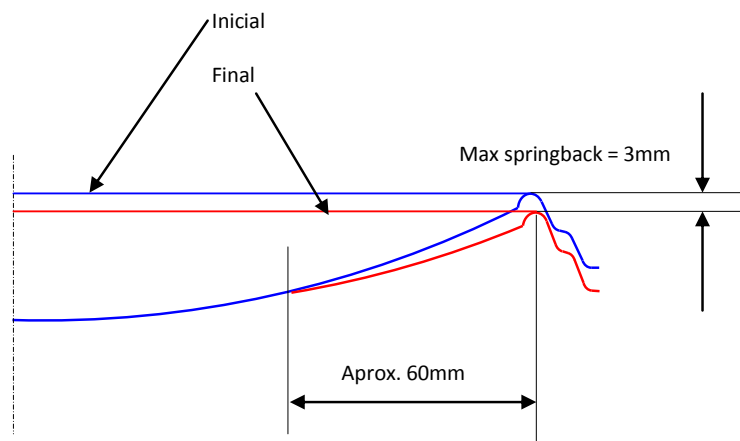


Fig. 4-23 Cálculo de retorno elástico usando a metodologia aplicada na Famaval.

Através da análise das figuras conclui-se que a utilização de diferentes valores de força no cerra-chapas não tem um impacto significativo no retorno elástico da chapa, mas de qualquer das formas existem diferenças na forma final da chapa conforme a força aplicada, que conforme era esperado, uma força menor no cerra chapas conduz a maior retorno elástico da chapa. Por sua vez, a alteração da geometria por springback confina-se nitidamente a uma escassa zona do bordo, correspondendo a uma alteração de cota no eixo da calote de cerca de 3mm e na direção centrípeta meridional, não excedendo uma distância de 100mm. Com estas distorções de geometria não há perda de qualidade no sinal recebido, pois um ensaio de campo efetuado pela FAMAVAL em Março de 2013 demonstrou que numa copa submetida a um severo teste de carga radial através de um atuador pneumático, este provocou uma flecha de bordo de quase 80mm e o decaimento do sinal (*signal decay*) foi de cerca de 10dB (74dB,

na forma sem distorção e 64dB depois de distorcida com atuador pneumático, força limitada a cerca de 0.5KN para a pressão limite de 2bar).

De seguida procedeu-se à simulação numérica das mesmas situações anteriormente analisadas mas usando como material o aço DX53. Nas Fig. 4-24 e Fig. 4-25 apresentam-se os resultados.

Comparação de Retorno Elástico para vários valores de Força no Cerra Chapas para o DX53

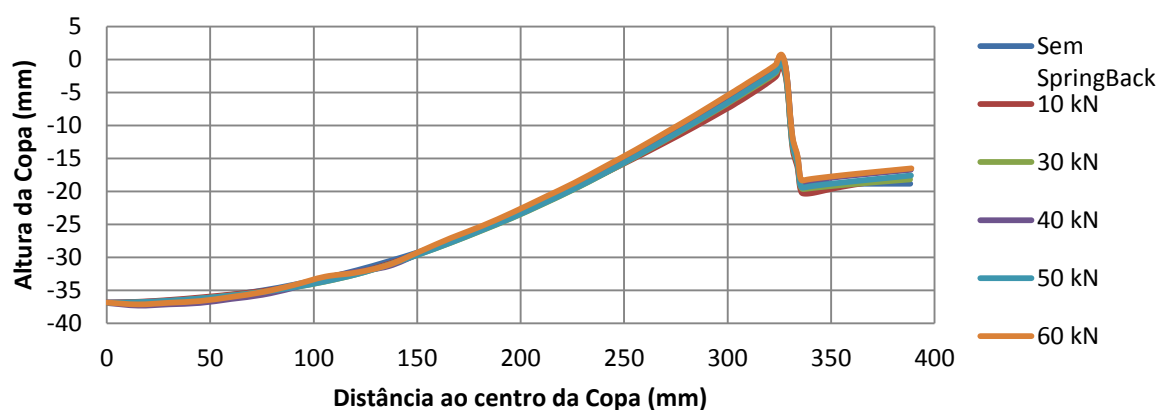


Fig. 4-24 Diferentes perfis para a copa após o retorno elástico para o aço DX53.

Comparação de Retorno Elástico para vários valores de Força no Cerra Chapas para o DX53

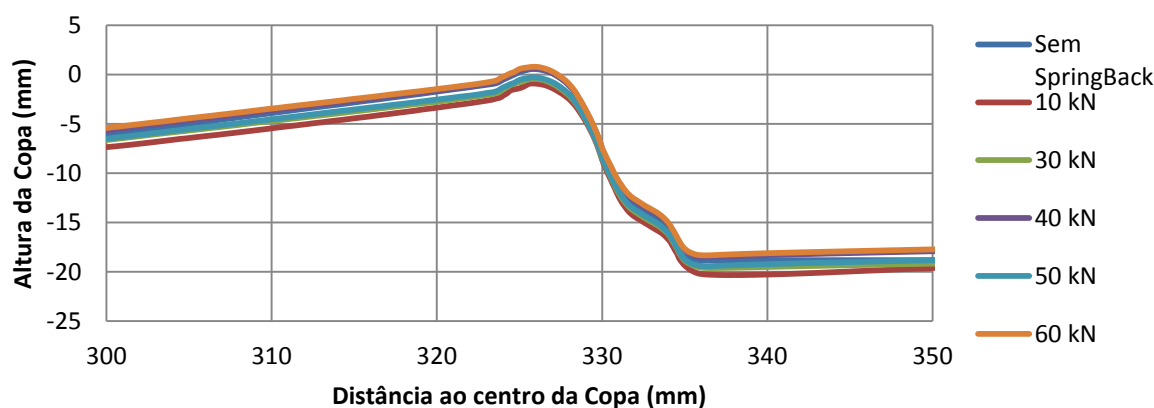


Fig. 4-25 Pormenor da aba para diferentes perfis para a copa após o retorno elástico para o aço DX53.

Para este material verificou-se que existe muito menos retorno elástico que no anterior, no entanto não se pode usar valores de força de cerra chapas elevados porque como o material é mais macio que o DX51, não vai escorregar no cerra chapas quando começar a ser esticado pelo punção na sua descida, vai sim ser tracionado para se adaptar às formas da matriz, às

custas da espessura da chapa. Esse tipo de comportamento vai criar defeitos como vemos na Fig. 4-24 entre os 100mm e os 150mm de distância ao centro do provete para o perfil correspondente ao caso em que é usado o valor de 60kN de força do cerra chapas.

4.2.5 Análise das Deformações

Nesta secção procura-se estabelecer uma relação entre as deformações obtidas no processo de embutidura do componente e uma análise clássica de formabilidade dos materiais correspondente ao início da estricção e rotura pelo conceito de CLE anteriormente referido.

Assim vamos colocar no espaço das deformações a trajetória seguida por um ponto considerado crítico relativamente à rotura, o ponto superior da aba dobrada (Fig. 4-26).

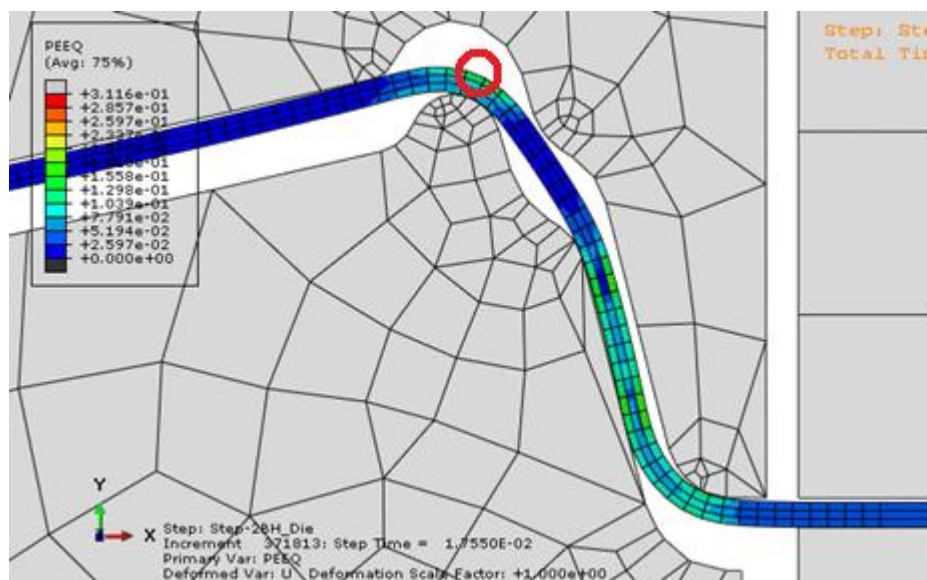


Fig. 4-26 Localização do ponto crítico do perfil da aba.

Nas Fig. 4-27 e Fig. 4-28 apresentam-se os CLE para os dois materiais utilizados (DX51 e DX53) analisando a trajetória das deformações do ponto crítico ao longo do processo de embutidura para diferentes valores de força do cerra chapas.

Da análise das Fig. 4-27 e Fig. 4-28 percebe-se que o ponto em análise segue uma trajetória praticamente linear de deformação plana. Esta trajetória corresponde ao mínimo de formabilidade de qualquer material o que por si só é uma situação crítica em termos de solicitação a que ele vai estar sujeito. Vemos que no caso do material DX51 com uma força de 60kN aplicada no cerra chapas, o ponto crítico ultrapassa os limites impostos tanto pela NADDRG como pelo critério Hill-Swift enquanto que no caso do material DX53, as trajetórias de deformação apenas ultrapassam o limite imposto pelo critério Hill-Swift

havendo inclusive um caso (força do cerra chapas de 10kN) em que não é ultrapassado nenhum limite.

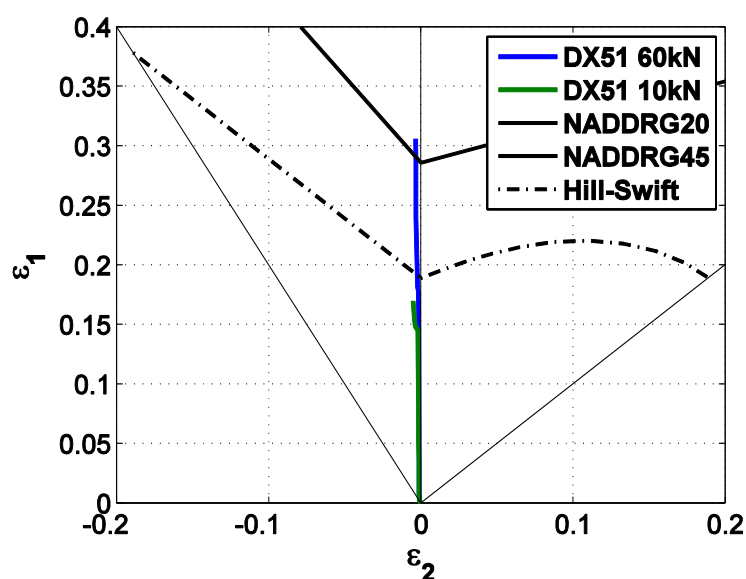


Fig. 4-27 CLE para o DX51 e evolução das deformações no ponto crítico para diferentes valores de força do cerra chapas.

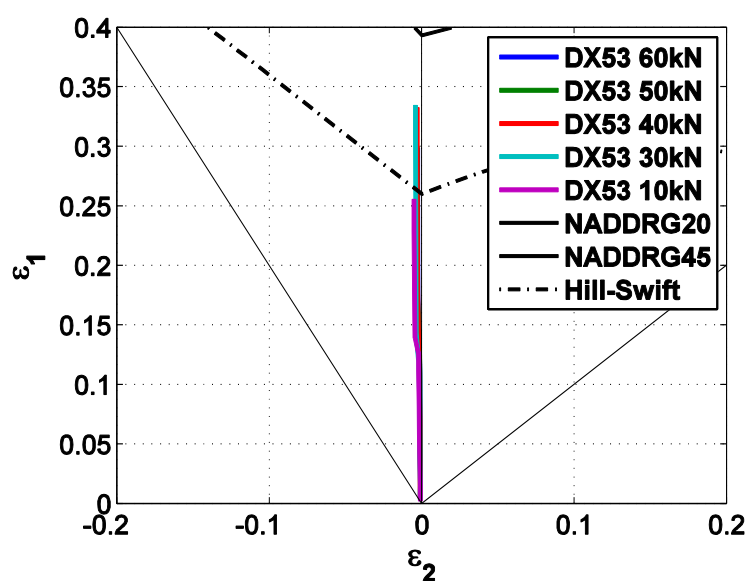


Fig. 4-28 CLE para o DX53 e evolução das deformações no ponto crítico para diferentes valores de força do cerra chapas.

No entanto, as CLE traçadas servem apenas como duas das referências possíveis para a análise da estrição e rotura. Na situação em que nos encontramos para o ponto em questão temos solicitações de dobragem que não são consideradas nas CLE e por isso teremos de ser cuidadosos na análise que se pode realizar com as CLE apresentadas.

4.3 Considerações Finais do Capítulo

Neste capítulo foram realizadas aplicações práticas da simulação numérica nomeadamente a simulação do ensaio de expansão de furo, bastante utilizado na indústria, e a simulação da embutidura de uma copa para uso numa antena parabólica pela empresa Famaval.

Na simulação do ensaio de expansão de furo estudaram-se dois materiais utilizados na indústria automóvel (o aço FB450 e o aço HSLA550) e compararam-se resultados experimentais com os resultados obtidos pela simulação numérica. Verificou-se que os valores de Δl e de Força para os quais ocorria a rotura do material no ensaio experimental, correspondiam ao valor máximo de força do punção registada na simulação numérica. Foram construídas CLE para os dois materiais e foram utilizados os valores de deformação da simulação numérica que correspondiam ao Δl para o qual se dava a rotura no material. Verificou-se que não era imediata a determinação da rotura no ensaio de expansão de furo através do uso de CLE, pois a qualidade do corte do furo é um fator que influencia a rotura e não foi tido em conta na realização da simulação. Verifica-se assim que a utilização das CLE na previsão da rotura no ensaio de expansão de furo só deve apenas ser encarada como uma referência.

Na simulação da embutidura de uma copa para uso na construção de uma antena parabólica, foram considerados vários casos em que se variava a força do cerra chapas e foi analisado o retorno elástico para cada um dos casos. O material em causa era inicialmente o aço DX51, e para esse mesmo material verificou-se que se tinha um menor retorno elástico se fosse utilizada uma força de 60kN ou 50kN no cerra chapas. Posteriormente realizou-se o mesmo tipo de análise para o aço DX53 verificando-se que o retorno elástico mínimo acontecia para o caso de 10kN de força do cerra chapas. Verificou-se ainda que valores maiores de forças de cerra chapas conduziam a defeitos na zona central da copa.

5 Conclusões e Trabalhos Futuros

O recurso à simulação numérica permite obter informações preciosas durante as fases de projeto. O trabalho apresentado nesta dissertação teve como ponto de partida a utilização do Método dos Elementos Finitos (MEF) na simulação numérica de ensaios experimentais com o intuito do desenvolvimento de um ensaio único que nos permitisse saber os parâmetros dos modelos constitutivos dos materiais em estudo. Numa fase posterior foi extendida a utilização da simulação numérica a casos práticos que estavam em estudo em duas empresas portuguesas com a intenção de perceber a utilidade da aplicação da simulação numérica em ambiente industrial.

5.1 Conclusões

Numa fase inicial, esta dissertação abordou a possibilidade de utilizar um algoritmo de análise inversa aplicado a um ensaio de tração biaxial de provetes cruciformes com o objectivo de determinar os parâmetros de anisotropia do critério de Hill'48 e da lei de encruamento de Swift de chapas metálicas.

O estudo realizado acerca da importância do raio de concordância revelou-se bastante útil pois permite obter maiores valores de deformação nas abas dos provetes experimentais sem que ocorra rotura do provete. Foi importante a utilização das CLE neste caso pois permitiu estimar para que Δl do ensaio poderia ocorrer a rotura na zona crítica do provete.

A partir da realização da análise direta foi possível simular uma variedade enorme de casos de anisotropia e de isotropia planar, verificando-se assim certas tendências e elaborando-se algumas relações entre parâmetros sem as quais seria mais difícil realizar a análise inversa. Identificaram-se relações entre os parâmetros $r_{\text{médio}}$, r_0 , e r_{45} que servem para descrever a evolução $r(\alpha)$ no plano da chapa, os parâmetros da lei de encruamento e os resultados obtidos através do ensaio de tração biaxial do provete cruciforme. Foi com base nestas relações que o algoritmo de análise inversa foi construído. Para testar esse mesmo algoritmo, foram feitas análises a dois materiais distintos, e após aplicação do algoritmo,

verificou-se que era bastante fiável em termos de resultados, pois em poucas iterações se obteve erros inferiores a 2% na estimativa dos parâmetros do material.

De seguida realizou-se uma aplicação da simulação numérica no ensaio de expansão de furo utilizando valores de ensaios experimentais realizados numa empresa como referência para a comparação com os valores numéricos. Voltaram a ser utilizadas as CLE como uma possível ferramenta de análise, mas como vimos, não podem ser utilizadas sem ter preocupações relativamente à qualidade do corte do furo. No entanto obtiveram-se resultados bastante satisfatórios e próximos dos resultados experimentais.

Por fim, surgiu a oportunidade de participar num estudo que estava a ser realizado na empresa Famaval, em que se pretendia melhorar as copas parabólicas que estavam a ser fabricadas, alterando o material sem comprometer a integridade estrutural, e calibrar a força usada no cerra chapas. Como tal foram feitas simulações numéricas do processo de embutidura para os dois materiais em estudo, bem como a previsão do retorno elástico para os dois materiais com diferentes forças de cerra chapas. Os resultados obtidos permitiram o estudo sobre a utilização de forças de cerra chapas elevadas e usando as CLE que foram construídas, foi prevista rotura, estando em correspondência com os resultados experimentais. Com base nos resultados das simulações efetuadas, para se poder realizar a operação de embutidura utilizando o material DX53, tínhamos que utilizar uma menor força de cerra chapas relativamente à que era utilizada quando estávamos a utilizar o material DX51.

As simulações numéricas efetuadas permitem comprovar serem uma ferramenta útil e eficaz quando devidamente aplicadas em cada caso em análise quer seja na previsão de características de materiais quer na simulação de exemplos mais simples ou em processos mais complexos.

5.2 Trabalhos Futuros

Apesar do trabalho realizado durante esta dissertação ter alcançado resultados bastante satisfatórios, podemos referir que o tempo disponível apenas abriu portas para a profundidade de análise que se pode conseguir com estas ferramentas. Algumas sugestões para continuidade de trabalho podem ser as seguintes.

- O processo de determinação dos parâmetros dos modelos constitutivos do material, apenas aborda materiais que obedeçam ao critério de plasticidade de Hill'48 e à lei de encruamento de Swift. Pode-se facilmente seguir a mesma linha de trabalho e desenvolver uma metodologia para materiais que obedeçam a outros modelos constitutivos.

- Uma das etapas a melhorar no processo, é a sua automatização recorrendo a scripts. De momento o utilizador é que tem que analisar os gráficos vindos de Matlab, verificar as etapas seguintes a realizar segundo o algoritmo e proceder à realização de nova simulação numérica com novos valores, pretende-se portanto no futuro, recorrendo a scripts, que o próprio Matlab analise os gráficos que são construídos com os resultados das simulações numéricas e faça automaticamente novas simulações numéricas de acordo com o procedimento do algoritmo, até ter resultados satisfatórios.
- Uma das hipóteses de trabalho futuro é também incluir redes neuronais que poderiam ser um “substituto” eficiente dos resultados da simulação numérica quando conhecidos uma diversidade de resultados e os parâmetros que os influenciam.
- Relativamente ao ensaio de expansão de furo numa fase futura devem ser realizados mais estudos e incluir a anisotropia do material e o encruamento do material (na zona do furo) nas simulações numéricas.
- Devem também ser melhorados os critérios de rotura usados na construção das CLE, assim como utilizar outros critérios para comparação.
- No processo de embutidura da copa da parabólica na empresa Famaval, devem ser realizadas mais simulações mas considerando uma análise 3D com elementos sólidos incluindo a anisotropia na caracterização do material, de forma a se poderem prever possíveis enrugamentos da chapa.

6 Referências

Abu-Farha F., Hector L.G., Khraisheh M., 2009. Cruciform-Shaped Specimens for Elevated Temperature Biaxial Testing of Lightweight Materials, Aluminium: Shaping and Forming. JOM

Alm, P., 2012. Forming AHSS in the Automotive Industry. In Out of the Box Seminar, edited by SSAB. Vigo: SSAB.

Altan, T., 2003. Advanced methods of simulation in tube hydroforming – research progress and case studies, Proceedings of the THF Conference, Stuttgart, October 27/28, p.111.

Alves, J., 2003. Simulação Numérica do Processo de Estampagem de Chapas Metálicas – Modelação Mecânica e Métodos Numéricos, Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

ASM. 2006. Metallworking: Sheet Forming. Vol. 14B, Handbook. Materials Park, Ohio: ASM International.

Avila AF, Vieira ELS., 2003. Proposing a better forming limit diagram prediction: a comparative study. J Mater Process Technol 141:101–8.

Banabic, D., 1997 “Sheet metal formability predicted by using the new hill's yield criterion”, in Advanced Methods in Materials Processing Defects (P. Predeleanu, M. e Gilormini, ed.), pp. 257-264.

Banabic, D. et al., 2003. "Description of Anisotropic Behaviour of AA3103-0 Aluminium Alloy Using Two Recent Yield Criteria," *Journal De Physique*. IV: JP, 105, pp. 297–304.

Banabic, D. et al., 2005. "An Improved Analytical Description of Orthotropy in Metallic Sheets," *International Journal of Plasticity*, 21, pp. 493–512

Barlat, F., Richmond, O., 1987. Prediction of tricomponent plane stress yield surfaces and associated flow and failure behavior of strongly textured FCC polycrystalline sheets, *Material Science and Engineering*, 95, 15.

Barlat, F., Lian, J., 1989. Plastic behavior and stretchability of sheet metals. Part I: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions, *International Journal of Plasticity*, 5, 51-56.

Barlat, F., Becker, R., Hayashida, Y., Maeda, Y., Yanagawa, M., Chung, K., Brem, J., Lege, D., Matsui, K., Murtha, S., Hattori, S., 1997. Yielding description for solution strengthened aluminum alloys, *International Journal of Plasticity*, 13, 385-401.

Barlat, F., Maeda, Y., Chung, K., Yanagawa, M., Brem, J., Hayashida, Y., Lege, D., Matsui, K., Murtha, S., Hattori, S., Becker, R., Makosey, S., 1997. Yield function development for aluminum alloy sheets, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 45, 1727-1763.

Barlat, F., Lege, D., Brem, J., 1991 A six-component yield function for anisotropic materials, *International Journal of Plasticity*, 7, 693-712.

Boehler, J., Sawczuk, A., 1970, Equilibre limite des sols anisotropes, *Journal de Mécanique*, 9, 5-33.

Chaboche, J., 1977. Viscoplastic constitutive equations for the description of cyclic and anisotropic behaviour of metals, *Bull. De l'Acad. Polonaise des Sciences, Serie Sc. Et Techn*, 25, 33.

Chaboche, J., Rousselier, G., 1983. On the plastic and viscoplastic constitutive equations, *Journal of Pressure Vessel Technology*, 105, 153-164.

Chaboche, J., 1986. Time independent constitutive theories for cyclic plasticity, *International Journal of Plasticity*, 2, 149.

Chaboche, J., 1989. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity, *International Journal of Plasticity*, 5, 247-302

Col, A., Jousserand, P., 2008. Mechanisms involved in the hole expansion test.

Col, A. 2010. "L'emboutissage des aciers (Coll. technique & ingénierie)." *Recherche* no. 67:02.

Comstock, R., Scherrer, D., Adamczyk, R., 2006. "Hole expansion in a variety of sheet steels." *Journal of materials engineering and performance* no. 15 (6):675-683.

Davies, R., 1983. "Edge cracking in high strength steels." *Journal of Applied Metalworking* no. 2 (4):293-299.

DeGarmo, E., Kohser, R., Black, J.T., 1997. *Materials and Processes in Manufacturing*, 8th ed. Prentice Hall, USA, p. 1259.

Demmerle, S., Boehler, J.P., 1993. Optimal design of biaxial tensile cruciform specimens. *J. Mech. Phys. Solids* 41 (1), 143–181.

Djavanroodi, F., Derogar, A., 2010. Experimental and numerical evaluation of forming limit diagram for Ti6Al4V titanium and Al6061-T6 aluminum alloys sheets, *Materials and Design* 31-- 4866–4875.

Eggleston, H., 1958. *General properties of convex functions, Convexity*, Cambridge University Press

FLC, ISO. 2006. *Metallic materials -Sheet and strip — Determination of forming limit curves — Part 2: Determination of forming limit curves in laboratory*. Geneva: ISO.

Fraunhofer, 2005. *Dynamic material testing*

(<http://www.emi.fraunhofer.de>)

Ghiotti, A., Bruschi, S., Bariani, P., 2007. “Determination of Yield Locus of Sheet Metal at Elevated Temperatures: A Novel Concept for Experimental Setup,” *Key Engineering Materials*, 344, pp. 97–104

Gozzi, J., Olsson, A., Lagerqvist, O., 2005. “Experimental Investigation of the Behavior of Extra High Strength Steel,” *Experimental Mechanics*, 45 (6), pp. 533–540

Green, D.E., et al., 2004. Experimental investigation of the biaxial behaviour of an aluminum sheet. *Int. J. Plasticity* 20 (8-9), 1677–1706.

Groover, P., 2002. *Fundamentals of Modern Manufacturing*, 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc, USA, p. 1008.

Hannon, A., Tiernan, P., 2008. A review of planar biaxial tensile test systems for sheet metal. *Journal of Materials Processing Technology* 198, 1–13.

Hersey A., 1954. The plasticity of an isotropic aggregate face centered cubic crystals, *Journal of Applied Mechanical Transactions ASME*, 21, 241-249.

Hill, R., 1948. “A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic materials”, in *Proceedings: Mathematical, Physical and Engineering Science*, pp. 281-297.

Hill, R., 1979. “Theoretical plasticity of textured aggregates”, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 75, pp. 179-191.

Hill R., 1990. “A user friendly theory of orthotropic plasticity in sheet metals”, *International Journal of Mechanical Science*, vol. 15, pp. 19-25.

Hill, R., 1993. “Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals”, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 38, pp. 405-417.

Hollomon, J., 1945. Tensile deformation, *AIME Transactions*, 162, 268.

Holmberg S, Enquist B, Thilderkvist P., 2004. Evaluation of sheet metal formability by tensile tests. *J Mater Process Technol* 145:72–83.

Hosford W., 1972. A generalized isotropic yield criterion, *Journal of Applied Mechanics*, 39, 607-609.

Hyun, D., Oak, Kang, S., Moon, Y., 2002. "Estimation of hole flangeability for high strength steel plates." *Journal of Materials Processing Technology* no. 130:9-13.

Johnston, W.M., Pollock, D.W., Dawicke, D.S., 2002, Biaxial testing of 2195 aluminum lithium alloy using cruciform specimens. NASA Report No./CR2002-211942.

Jones, C., 2001. Biaxial testing of polymer composites. *Mater. World*, 19–21.

Jones, C., Green, R., 2001. Pulled in different directions. *Mater. World*, 19–21.

Karafillis, A., Boyce, M., 1993. A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor, *Journal of the Mechanics of Physics of Solids*, 41, 1859-1886.

Klaus, W., Gerlach, J., 1998. Biaxial Experimental Approach to Characterize Formability of Steel Sheet Metals. Society of Automotive Engineers, pp. 69–75.

Keefe, A.C., Carman, G.P., Jardine, P., 1998. Torsional behavior of shape memory alloys. *Smart Struct. Mater.* 3324, 58–67.

Kuroda M, Tvergaard V., 2003. Forming limit diagrams for anisotropic metal sheets with different yield criteria. *Int J Solids Struct* 37:5037–59.

Kuwabara, T., Ikeda, S., Kuroda, K., 1998. "Measurement and Analysis of Differential Work Hardening in ColdRolled Steel Sheet under Biaxial Tension," *J. Materials Processing Technology*, 80–81 , pp. 517–523.

Kuwabara, T., 2007. Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations. *International Journal of Plasticity* 23 (3), 385–419.

Lemaitre, J., Chaboche, J., 1990. *Mechanics of solid materials*, Cambridge University Press.

Li, D., Ghosh, A., 2004. Biaxial warm forming behaviour of aluminum sheet alloys. *J. Mater. Process. Technol.* 145, 281–293.

Lin, S.B., Ding, J.L., 1995. Experimental study of the plastic yielding of rolled sheet metals with the cruciform plate specimen. *Int. J. Plasticity* 11 (5), 583–604.

Lin, S.B., Ding, J.L., Zbib, H.M., 1993. Characterization of yield surfaces using balanced biaxial tests of cruciform plate specimens. *Scripta Metall. Mater.* 28 (5), 617–622.

Logan, R., Hosford, W., 1980. Upper-bound anisotropic yield locus calculations assuming (111)-pencil glide, *International Journal of Mechanical Sciences*, 22, 419-430.

Lundh, H. 1998. *Sheet Steel Forming Handbook: Size Shearing and Plastic Forming*: SSAB Tunnplat.

Malheiro L., 2012. *Caracterização Mecânica de Materiais em Chapa Metálica e Problemas de Formabilidade em Componentes para Automóveis*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto.

Malheiro L., Santos A.D., 2013. Formabilidade de Componentes da Indústria Automóvel em Chapa Metálica. *TecnoMetal*, Março Abril 8-9.

Marciniak Z, Kuczynski K., 1967. Limit strains in the processes of stretched-forming sheet metal. *Int J Mech Sci* 9:609–20.

Martins, P., Rodrigues, J., 2005. *Tecnologia da deformação plástica: Vol.II Aplicações industriais*, Escolar Editora.

Martin, P.J., et al., 2005. Biaxial characterisation of materials for thermoforming and blow moulding. *Miner. Min.* 34 (5–6), 276–282.

McEwan, C., Underhill, R., Langerak, N., Botman, G., de Bruine, M., 2009. A new approach to predicting edge splits – The combined FLC/HEC diagram. *IDDRG 2009 International Conference*.

Naka, T., et al., 2003. “Effects of Temperature on Yield Locus for 5083 Aluminum Alloy Sheet,” *J. Materials Processing Technology*, 140, pp. 494–499.

Ohtake, Y., Rokugawa, S., Masumoto, H., 1999. Geometry determination of cruciform type specimen and biaxial tensile test of C/C composites. *Key Eng. Mater.* 3, 151–154.

Pearce, R. 1991. *Sheet metal forming*: Springer.

Prates, P., 2010. *Metodologia de Análise Inversa para Determinação Simultânea dos Parâmetros de Leis Constitutivas, com Recurso a um Provete Cruciforme*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra.

Pun, A., 2003. Multiaxial fatigue models the real world. *Mach. Design* 75 (9), 26–28.

Rockafellar, R., 1972. *Convex Functions, Convex Analysis*, Princeton University Press, New Jersey.

Samir, A., et al., 2006. Service-type creep-fatigue experiments with cruciform specimens and modelling of deformation. *Int. J. fatigue* 28 (5–6), 643–651.

Sadagopan, S., Urban, D., 2003. "Formability characterization of a new generation of high strength steels." Final report of AISI/DOE Technology Roadmap Program.

Santos A.D., Ferreira Duarte, J., Barata da Rocha, A. 2005. *Tecnologia da embutidura: princípios e aplicações*. Vol. 3, *Tecnologia mecânica*: INEGI -Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial.

Smits, A., Van Hemelrijck, D., Philippidis, T., Cardon, A., 2006. Design of a cruciform specimen for biaxial testing of fibre reinforced composite laminates. *Composites Science and Technology* 66:964 – 975.

Slota J, Spisak E., 2005. Comparison of the forming limit diagram (FLD) models for drawing quality of sheets. *Metalurgija* 4:249–53

Sobodka Z., 1969. Theorie des plastischen fließens von anisotropen korpern, *Zeit. Angew. Math. Mech*, 49, 25-32.

Soni, S.R., Balan, M., Cross, C., 2003. Response characteristics of composites under combined bending and in-plane loading. *SAMPE* 2003

Stren S, Rice R., 1975. Localized necking in thin sheets. *J Mech Phys Solids* 23:421–41

Swift, H., 1952. Plastic instability under plane stress, *Journal of the Mechanics of Physics of Solids*, 1, 1-18.

Takuda H., Mori K., Hatta N., 1999. The application of some criteria for ductile fracture to the prediction of the forming limit of sheet metals. *J Mater Process Technol* 95:116–21.

Vlassak, J.J., Nix, W.D., 1992. A new bulge test technique of Young's modulus and Poisson's ratio of thin films. *J. Mater. Res.* 7 (12), 3242–3249.

Voce, E., 1948. The relationship between stress and strain for homogeneous deformation, *Journal of the Institute of Metals*, 74, 537-562.

Wang L, Lee TC, 2006. The effect of yield criteria on the forming limit curve prediction and the deep drawing process simulation. *Int J Mach Tools Manuf* 46:988–95.

Wu, P., Jain, M., Savoie, J., MacEwen, S., Tugcu, P., Neale, K., 2003. Evaluation of anisotropic yield functions for aluminum sheets, *International Journal of Plasticity*, 19, 121-138.

Xiang-Dong, W., Wan, M., Xian-Bin, Z., 2005. Biaxial tensile testing of cruciform specimen under complex loading. *J. Mater. Process. Technol.* 168, 181–183.